

Exercice de Khôlle : le vérin piloté.

Ce vérin permet de guider un bateau automatiquement. Le comportement du vérin peut alors être modélisé à partir du modèle de structure ci-dessous et du paramétrage qui lui est associé.

$M = 104$ (kg) masse de l'équipage mobile,
 $f = 3.106$ (Nm⁻¹s) résistance due aux frottements visqueux,

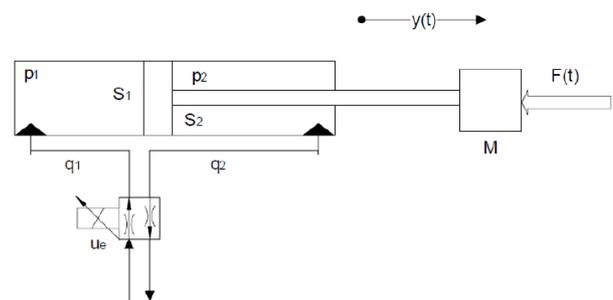
$K = 2.5$ (Nm⁻¹) la raideur hydraulique du vérin,

$S_1 = 5 \cdot 10^{-2}$ (m⁻²) la surface du piston de la chambre d'admission.

L'ensemble « équipage mobile » est formé par : le tiroir, l'effort variable dû à la ferraille, noté $F(t)$ et la tige du piston du vérin. La position notée $y(t)$ est fonction du débit d'huile, noté $q_1(t)$, à l'entrée de la chambre d'admission du vérin.

On se place dans l'hypothèse de petit déplacement autour d'un point de

fonctionnement (position particulière d'équilibre). Le système peut donc être considéré comme linéaire, continu et invariant.



Modélisation de l'équipage mobile. L'équation temporelle donnant le déplacement

$y_1(t)$ en fonction du débit $q_1(t)$ pour un effort $F(t)$ nul est telle que :

$$M \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} = K \int_0^t \frac{q_1(x)}{S_1} dx - K y_1(t) - f \frac{d y_1(t)}{dt} .$$

L'équation temporelle donnant le déplacement $y_2(t)$ en fonction de l'effort $F(t)$ pour un débit $q_1(t)$ nul est telle que :

$$M \frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} = - K y_2(t) - f \frac{d y_2(t)}{dt} + F(t) .$$

Question 1: En supposant que les conditions initiales sont nulles, donner dans le domaine de Laplace et sous forme canonique :

— La fonction de transfert : $H_1(p) = \frac{Y_1(p)}{Q_1(p)}$ liant le déplacement $y_1(t)$ au débit $q_1(t)$ pour un effort $F(t)$ nul,

— La fonction de transfert : $H_2(p) = \frac{Y_2(p)}{F(p)}$ liant le déplacement $y_2(t)$ à l'effort $F(t)$ pour un débit $q_1(t)$ nul.

En donner l'ordre et le rang.

Question 2: En appliquant le principe de superposition, donner l'équation, dans le domaine de Laplace, liant le déplacement $Y(p)$ au débit $Q_1(p)$ et à l'effort $F(p)$.

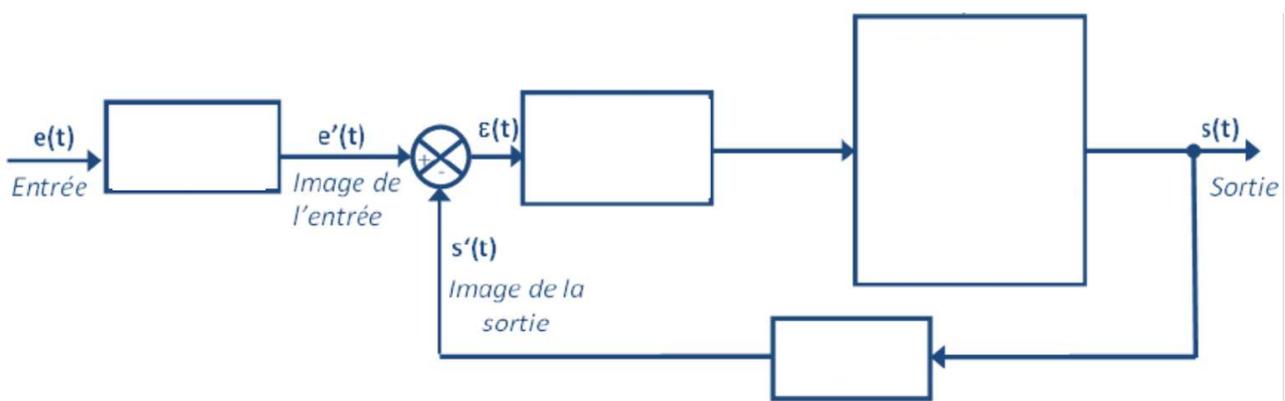
Modélisation générale du fonctionnement de l'ensemble vérin et distribution. Pour étudier l'influence du débit, on néglige la contribution de l'effort $F(t)$. La fonction de transfert déplacement-débit est alors :

$$H_2(p) = \frac{Y(p)}{Q_1(p)} = \frac{1}{p S_1 \left[1 + \frac{1}{K} (f p + M p^2) \right]}$$

On admettra que ce résultat est généralisable pour toute position de la tige de vérin. Un servodistributeur proportionnel délivre un débit d'huile $q_1(t)$ proportionnel à sa tension de commande $u_e(t)$ tel que : $q_1(t) = K_e u_e(t)$, avec $K_e = 2 \cdot 10^{-4}$ ($\text{Nm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$). Le vérin se déplace selon $y(t)$ en suivant la fonction de transfert $H_2(p)$ écrite ci-dessus à partir d'une consigne en débit $q_1(t)$. Un détecteur de position délivre une tension $u_s(t)$ proportionnelle à la position $y(t)$ du tiroir telle que : $u_s(t) = K_c y(t)$, avec $K_c = 10^3$ (Vm^{-1}).

Question 3: En déduire la fonction de transfert suivante : $\frac{U_s(p)}{U_e(p)}$.

Question 4: Réaliser le schéma fonctionnel de ce système, sans oublier de mettre la nature de l'information véhiculée entre chaque bloc ainsi que son unité.



Question 5: Donner la fonction de transfert de l'équation différentielle suivante en fonction de M , f , et K de $Y(p)$ et $U(p)$:

$M y''(t) + f y'(t) + K y(t) = u(t)$ dans laquelle M , f , et K sont les constantes données dans l'énoncé.

Question 6: A partir des valeurs numériques de M , f , et K , étudier la stabilité du système, donner son gain statique, son ordre et sa classe ainsi que sa pulsation propre et son coefficient d'amortissement.