

COMPOSITION DE SCIENCES DE L'INGENIEUR

Unité de levage de tramway



AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE

INSTRUMENT DE CALCUL AUTORISE

Consignes :

Il est fortement conseillé de **lire la totalité du sujet** avant de démarrer votre travail.

L'utilisation du crayon papier est **interdite** sur la copie.

La rédaction des réponses sera **la plus concise possible** : on évitera de trop longs développements de calculs en laissant subsister les articulations du raisonnement.

Chaque réponse ne pourra se limiter à une suite d'expressions mathématiques sans justification.

On encadrera obligatoirement les résultats.

Le non-respect de ces consignes entraînera des points de pénalisation.

Présentation du contexte

Les sociétés de transports publics des grandes agglomérations gèrent des réseaux comportant des bus et/ou des tramways.

Ces sociétés possèdent des centres de maintenance ayant en charge l'entretien et la réparation de leurs véhicules. Parmi ces véhicules, on peut trouver des tramways de deux types : sur rails ou sur pneus.

On s'intéresse ici à la maintenance de tramways sur rails de type TFS (Tramway Français Standard).

Les rames TFS sont dotées d'un plancher bas, à 35 cm au-dessus du sol, sur les 3/4 de leur longueur.

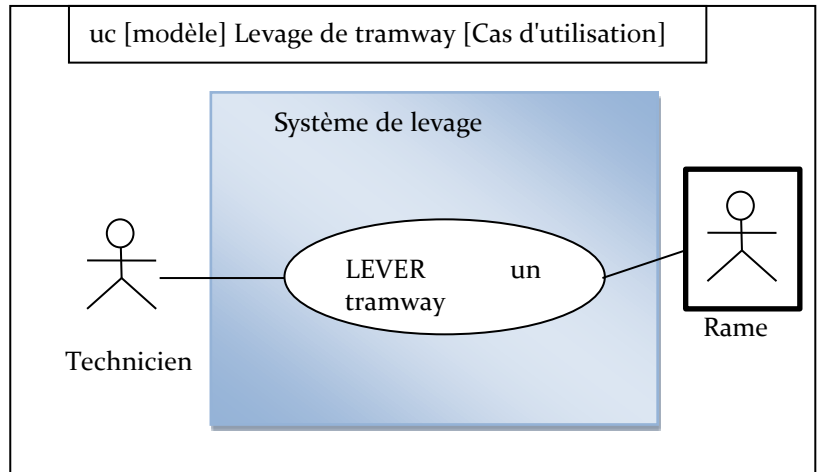
Dans le cadre d'une opération de maintenance, il est nécessaire d'intervenir sous le tramway et donc de le soulever entièrement.



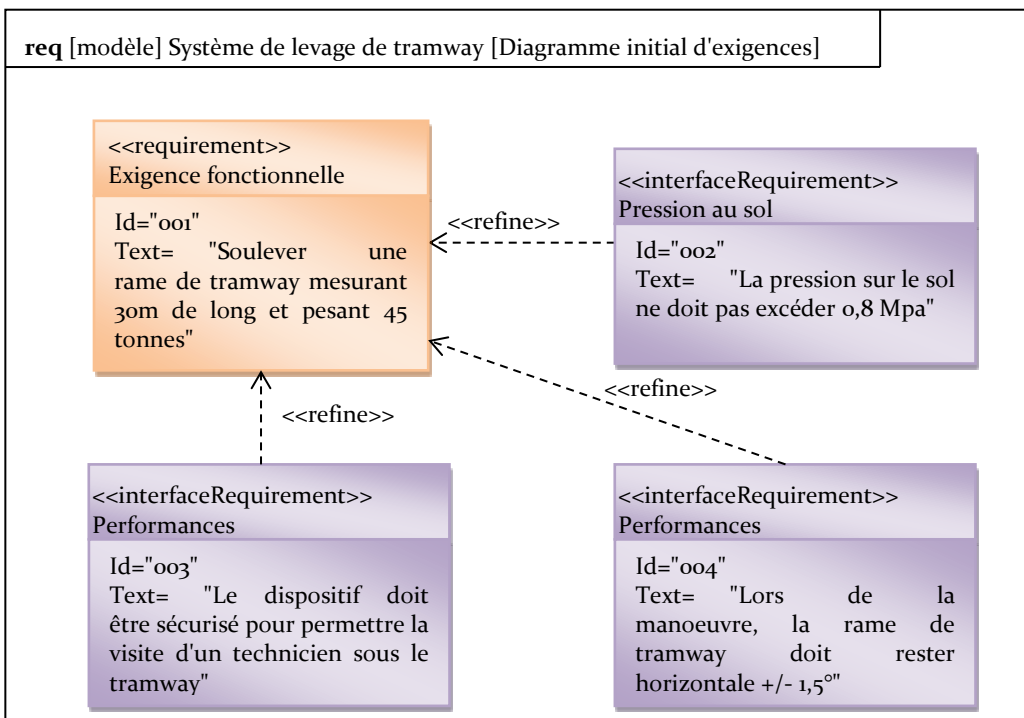
Analyse partielle du système

Cas d'utilisation

On met en évidence la possibilité d'effectuer le levage d'une rame de tramway.



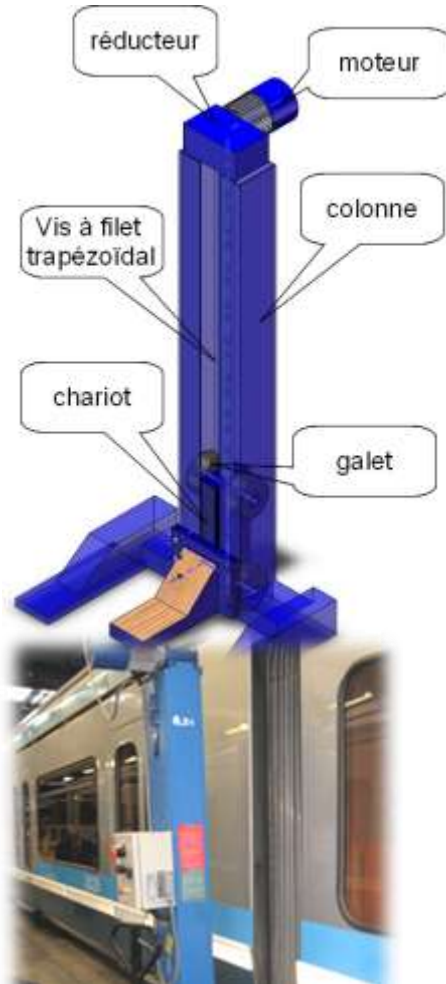
Exigences fonctionnelles



Système de levage à colonnes

Le système de levage est constitué de colonnes de levage.

Ces colonnes de levage sont des unités indépendantes mobiles que l'on peut déplacer manuellement grâce à des roues escamotables.



Elles sont constituées d'un chariot de levage guidé par 4 galets roulant à l'intérieur d'une colonne (rails en tôle pliée).

L'entraînement du chariot se fait par une vis à filet trapézoïdal, mise en rotation par un moto-réducteur-frein asynchrone.

On met en place les colonnes au niveau de la plate-forme du tramway à soulever, aux endroits prévus à cet effet.

La commande est constituée d'un pupitre de commande, d'un API (Automate Programmable Industriel), de relais et cartes de commande pour moteurs. Cette PC peut gérer jusqu'à 10 colonnes de levage.

Pour soulever un tramway de 45 tonnes et de 30 mètres de long, le service de maintenance utilise 8 colonnes de levage d'une capacité unitaire maximale de 8,2 tonnes commandées simultanément.

Le tramway est un véhicule articulé constitué de six éléments (3 boggies et 3 wagons) ayant des masses différentes. Ainsi, chaque colonne ne soulèvera pas la même charge.

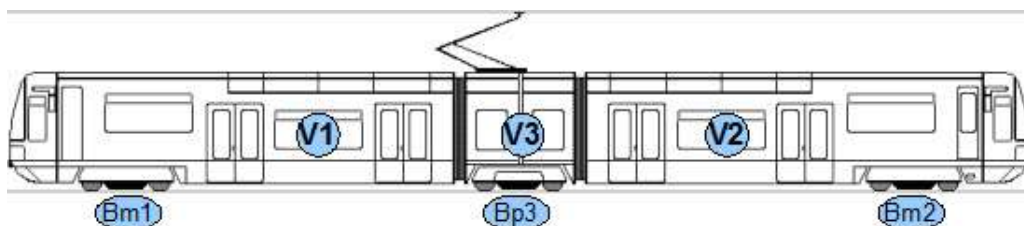
Tramway de masse totale 44,6 tonnes

Bm1 et Bm2 : boggies moteurs de masse 5,9 tonnes chacun

Bp3 : boggie porteur de masse 4,3 tonnes

V1 et V2 : voitures motrices de masse 12,7 tonnes chacune (sans boggie)

V3 : voiture d'articulation de masse 3,1 tonnes (sans boggie)



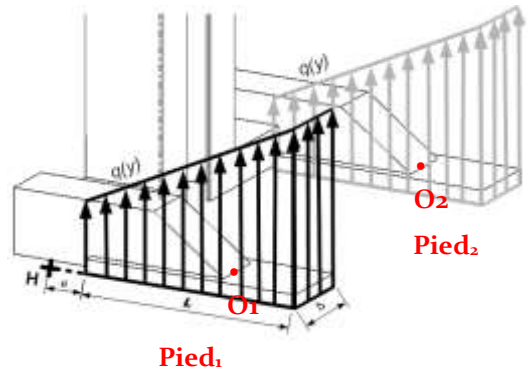
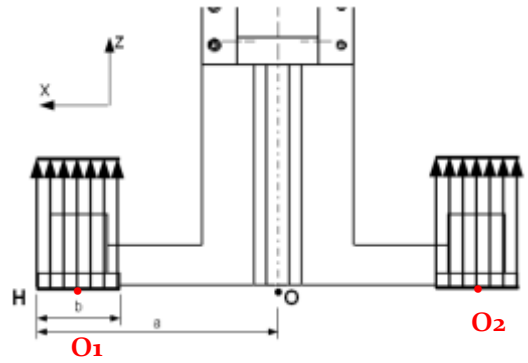
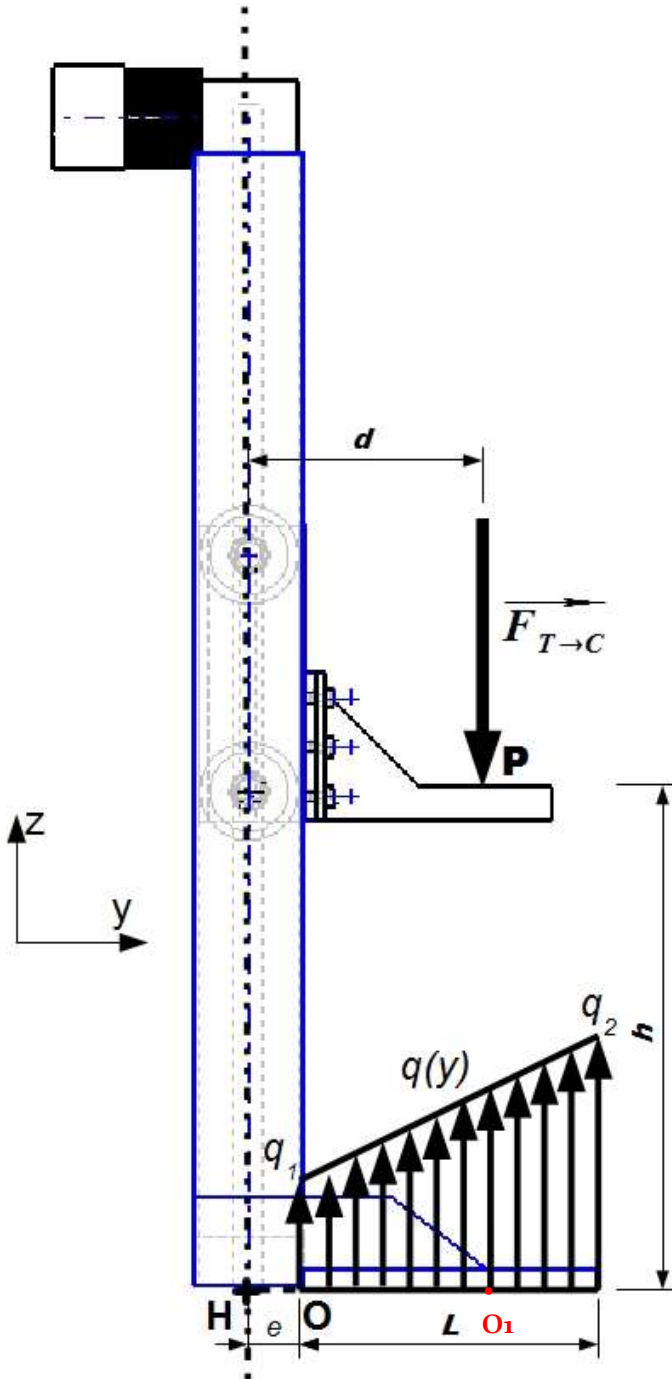
1^{ère} Partie :

Vérification de la sécurisation du système de levage à colonnes

Objectif : vérifier le non-basculement d'une colonne dans le plan yOz.

Modèle retenu :

- Le plan yOz est plan de symétrie pour les efforts et la géométrie.
- Le poids des éléments de la colonne est négligé par rapport à la charge.



L'action de contact sol/colonne est modélisée par une répartition de pression $q(y)$ variant linéairement entre q_1 et q_2 pour $y \in [0, L]$, et restant uniforme selon x , comme indiqué sur les figures ci-dessus. L'unité de $q(y)$ est le MPa.

La charge à soulever est modélisée par un glisseur $\overrightarrow{F_{T \to C}}$ dont le support passe par le point P situé à la distance d de l'axe Hz de la vis du chariot.

Données géométriques : $L = 600 \text{ mm}$; $b = 200 \text{ mm}$; $d = 480 \text{ mm}$; $e = 110 \text{ mm}$

Charge à soulever : $F_{T \rightarrow C} = 60\,000 \text{ N}$

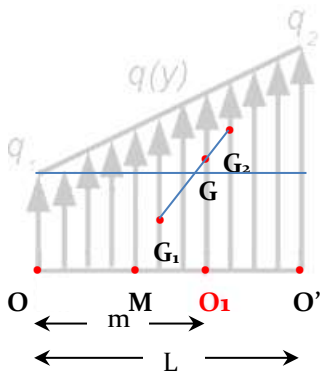
Question 1 : **Exprimer** l'action locale $q(y)$ en N.m^{-2} , en un point $M(x ; y ; o)$, exercée par le sol sur un pied de la colonne.

Question 2 : En utilisant la relation $(\iint_S \mathbf{q}(y) \mathbf{d}s = \int_0^b (\int_e^{e+L} \mathbf{q}(y) \mathbf{d}y) \mathbf{d}x)$, en **déduire** l'intensité de la force exercée

par le sol sur un pied de la colonne. $\vec{F}_{\text{sol/pied1}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \iint_S \mathbf{q}(y) \mathbf{d}s \\ 0 \end{pmatrix}$

Par la suite dans le problème on prendra pour point d'application des actions du sol sur les pieds 1 et 2 de la colonne,

les points respectivement $O_1 \begin{pmatrix} a - \frac{b}{2} \\ m \\ 0 \end{pmatrix}$ et $O_2 \begin{pmatrix} -a + \frac{b}{2} \\ m \\ 0 \end{pmatrix}$. Avec m qui est un paramètre à déterminer.



On pourrait déterminer m en écrivant l'équilibre de la densité de droite $q(y)$ avec $y \in [0 ; m]$ vs la densité de gauche $q(y)$ avec $y \in [m ; L]$ (cf schéma ci-dessus).

Mais la méthode la plus simple et la plus rapide consiste à chercher la position du centre de gravité G du trapèze, en considérant que le trapèze est la réunion d'un triangle de centre de gravité G_2 et d'un rectangle de centre de gravité G_1 , de surface respective $S_2 = L(q_2 - q_1)/2$ et $S_1 = Lq_1$

On recherchera alors la position de G telle que G barycentre de $G_1(S_1)$ et $G_2(S_2)$ et l'abscisse de G correspondra alors à la position du point O_1 et donc à la valeur de m .

En effet, les points sur la droite (O_1G) représentent l'ensemble des points pour lequel le torseur représentatif des actions du sol sur le pied 1 est un glisseur.

Question 3 : **Montrer** alors que : $m = \frac{L(q_1 + 2q_2)}{3(q_1 + q_2)}$

Question 4 : **Faire** un bilan des actions mécaniques qui agissent sur la colonne au point O .

Question 5 : Par application du théorème de la résultante statique à la colonne, **exprimer** une équation, liant q_1 et q_2 .

On donne : $\vec{HO} = -a \vec{x} + e \vec{y}$

Question 6 : Par application du théorème du moment statique en O , **exprimer** une seconde équation, liant q_1 et q_2 .

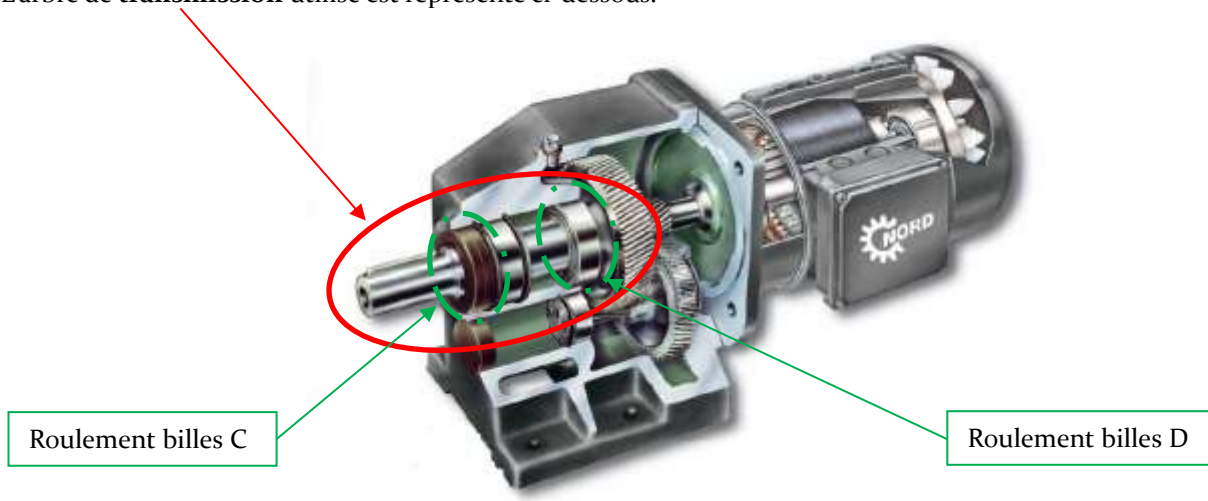
Quels que soient les résultats obtenus précédemment, on utilisera le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} q_1 = \frac{F_{T \rightarrow C} \cdot (2L - 3(d - e))}{b \cdot L^2} \\ q_2 = \frac{F_{T \rightarrow C} \cdot (3(d - e) - L)}{b \cdot L^2} \end{cases}$$

Question 7 : **Déterminer** la valeur de la pression de contact maximale P_{max} entre les pieds et le sol. **Conclure** quant au respect des exigences de pression au sol.

2^{ème} Partie : Etude de la Fonction Transmettre

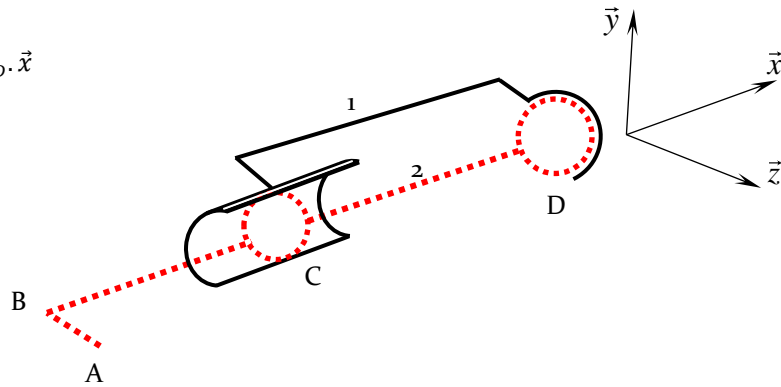
L'arbre de **transmission** utilisé est représenté ci-dessous.



Le guidage de l'arbre 2 sur le bâti 1 est effectué par deux roulements à billes en C et D dont les liaisons sont définies suivant la figure ci-dessous.

$$\vec{BA} = r \cdot \vec{z} \quad \vec{BC} = l_c \cdot \vec{x} \quad \vec{BD} = l_D \cdot \vec{x}$$

- r = 18
- l_c = 50
- l_D = 100



On néglige le poids de l'arbre devant les autres actions mécaniques.

L'action mécanique au niveau du contact A entre les dents est modélisée par le glisseur suivant :

$$\{e_{xt} \rightarrow 2\}_A = \begin{Bmatrix} A \cdot \vec{x} + T \cdot \vec{y} + R \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \text{ où } T \text{ est l'effort tangentiel, } R \text{ l'effort radial et } A \text{ l'effort axial.}$$

Une série de mesures a permis d'établir : $T = 1,3 \times R$ et $T = 8,5 \times A$
 Le moteur génère un torseur couple $C=3200 \text{ N.m}$.

Question 8 : **À partir des liaisons du schéma cinématique, définir** la forme du torseur des actions Mécaniques de liaison transmissible en C et D.

Question 9 : **Tracer** le graphe d'analyse (liaisons + AM extérieures) du mécanisme, **préciser** le nombre d'inconnues d'actions mécaniques par liaison.

Question 10 : **Montrer** que la liaison équivalente est une liaison pivot d'axe (B, \vec{x})

On veut déterminer complètement les actions exercées sur l'arbre moteur

Question 11 : **Réaliser** le bilan complet des actions mécaniques appliquées sur le système isolé.

Question 12 : **Énoncer** clairement les théorèmes utilisés pour résoudre le problème statique.

Question 13 : En effectuant les Applications Numériques, **vérifier** la bonne validation du Cahier des Charges.

3^{ème} Partie : Etude de la Chaîne de puissance

Le fonctionnement de l'ensemble "motoréducteur + charge" peut être modélisé par les quatre équations suivantes, trois issues des caractéristiques du moteur, la quatrième étant mise en place à partir du principe fondamental de la dynamique, en isolant l'arbre de sortie du moteur (étude non traitée dans ce sujet) :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E(t) \quad (1)$$

$$E(t) = Ke \cdot \omega(t) \quad (2)$$

$$C(t) = Kc \cdot i(t) \quad (3)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = C(t) - f \omega(t) \quad (4)$$

$u(t)$: tension aux bornes de l'induit (en Volt),

R et L : respectivement résistance et inductance de l'induit (en Ohm et Henry),

$i(t)$: courant dans l'induit : (en Ampère),

$E(t)$: tension contre-électromotrice proportionnelle à la vitesse de rotation (en Volt),

$\omega(t)$: vitesse de rotation du moteur (en radian par seconde),

$C(t)$: couple disponible sur l'arbre moteur (en Newton.mètre),

f : coefficient de frottement visqueux de l'ensemble mobile en rotation,

J : inertie ramenée sur l'arbre de sortie du moteur (en kg.m²),

Question 14 : **Appliquer** la transformée de Laplace aux quatre équations précédentes en supposant les conditions initiales nulles.

Question 15 : **Établir** le schéma-bloc décrivant uniquement le fonctionnement causal du moteur électrique (cf annexe 1) avec les éléments du dessus.

Question 16 : **Déterminer** la fonction de transfert simplifiée d'écrivant ainsi le comportement du MCC :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$$

Question 17 : On donne les valeurs suivantes : $R = 1 \Omega$, $L = 0,1 \cdot 10^{-3} H$, $Kc = 4 N.m.A^{-1}$, $J = 1,4 \cdot 10^{-4} kg.m^2$,

$f = 3,15 \cdot 10^{-5} N.m.s.rad^{-1}$. **Établir** $H(p)$ sous forme canonique et **vérifier** qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$H(p) = \frac{0,25}{1 + 2 \cdot \frac{0,01}{3390} p + \frac{1}{3390} p^2}$$

Compte tenu des contraintes de positionnement imposées, on souhaite asservir en position l'arbre (maneton 1) du mécanisme à croix de Malte. Le schéma-bloc suivant représente cet asservissement.

On définit les grandeurs suivantes :

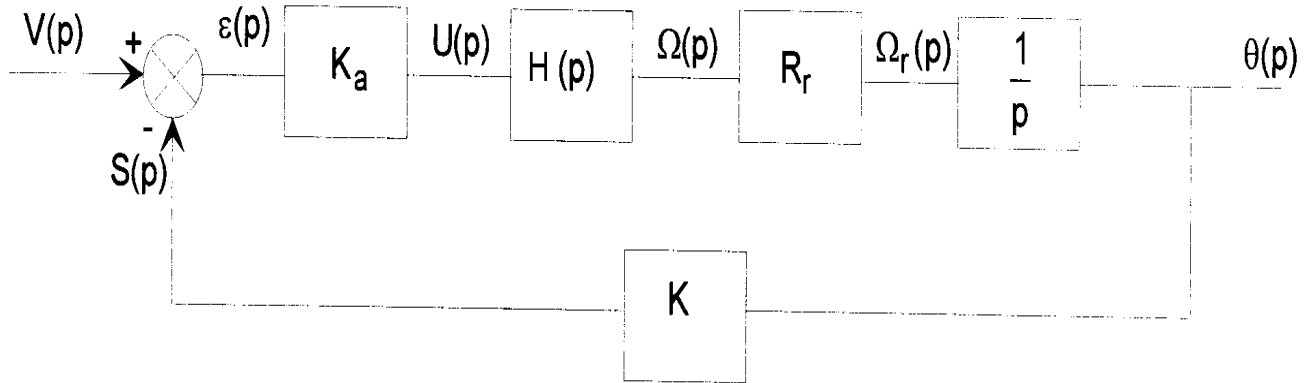
K_a : amplificateur de tension (sans dimension),

R_r : rapport de réduction du réducteur en sortie du moteur (sans dimension),

K : gain du capteur potentiométrique de position angulaire de l'arbre de l'ensemble plateau indexeur (en V.rad⁻¹).

Question 18 : **Déterminer** la fonction de transfert en boucle ouverte du système ci-dessous ?

On donne : $K_a = 20$, $R_r = 0,2$, $K = 1 \text{ V.rad}^{-1}$, faire l'application numérique



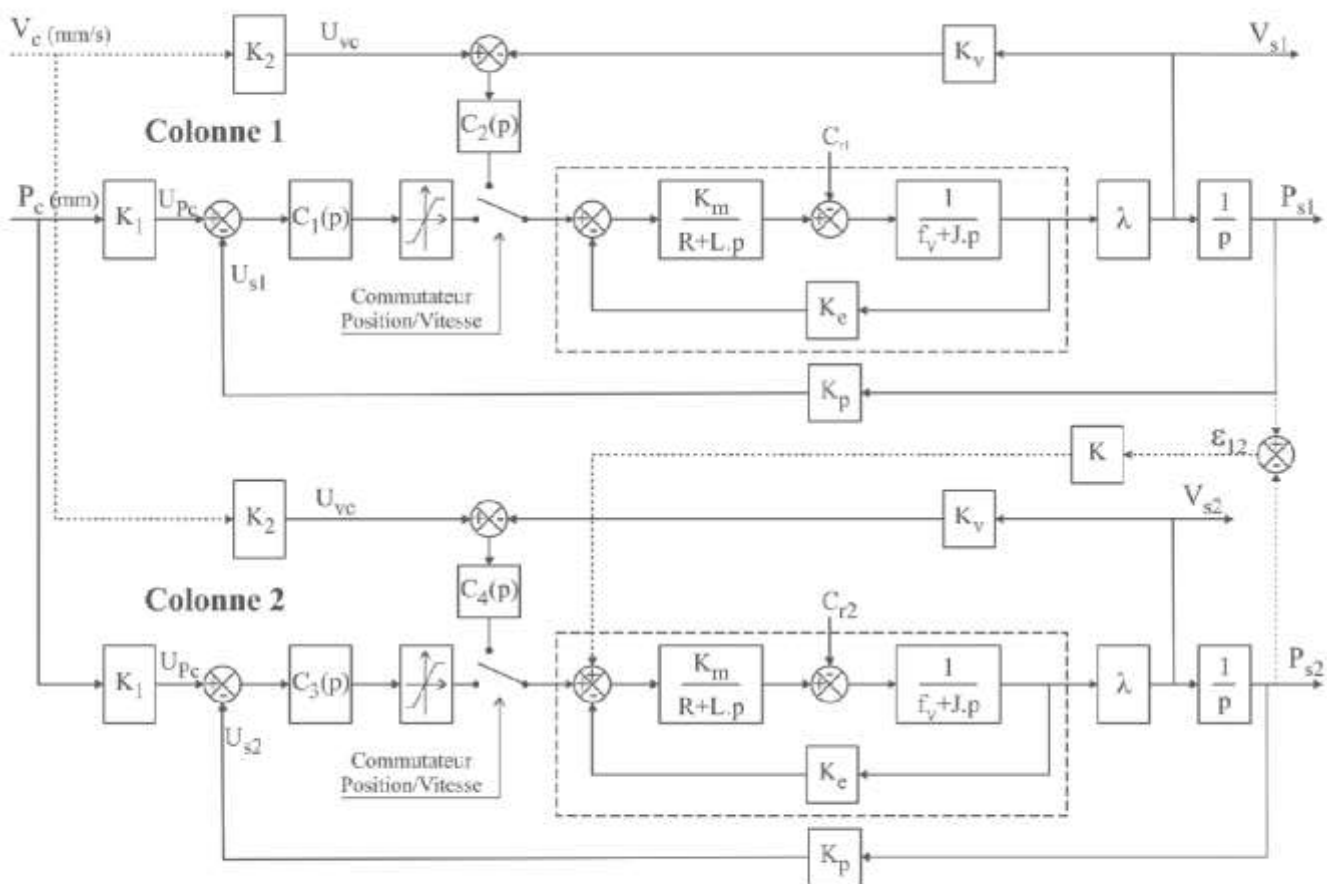
- Question 19 : **Ecrire** la FTBO sous forme canonique et en **déduire** les éléments caractéristiques.
- Question 20 : **Tracer** dans le plan de Bode l'allure des diagrammes asymptotiques de la réponse fréquentielle en boucle ouverte du système en adoptant une échelle pour chaque axe.
Conseil pour les axes (2 cm pour une décade, 1 cm pour 20 dB avec $\omega \in [10^{-1} ; 10^3]$ ou utilisez le document en annexe 2)
- Question 21 : **Préciser** sur ces diagrammes les valeurs numériques des points caractéristiques ?
- Question 22 : À partir des diagrammes asymptotiques, **calculer** ω_c , pulsation de coupure approchée à 0 dB du système ainsi réglé ? **Calculer** ensuite le module **réel** (Gain(ω)) pour $\omega = \omega_c$?
- Question 23 : Pour $\omega = \omega_c$, **déterminer** la marge de phase approchée (i.e. écart à $\omega = \omega_c$ par rapport à $\varphi = -180^\circ$ si cette marge est voisine de 45° , on dit que le réglage de gain est correct !) ? **Que peut-on dire** de cette marge et du réglage du gain ?
- Question 24 : En utilisant le théorème de la valeur finale, **calculer** l'écart en réponse à une entrée de type échelon unitaire et l'écart en réponse à une entrée de type rampe unitaire ? **Nommer** ces écarts et faire l'application numérique ?

Supposons que grâce à un correcteur PID, la FTBF s'écrit sous la forme suivante :

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + 3.p + \frac{1}{3390}p^2}$$

- Question 25 : **Tracer** dans le plan de Bode l'allure des diagrammes asymptotiques de la réponse fréquentielle en boucle fermée du système en adoptant une échelle pour chaque axe.
Conseil pour les axes (2 cm pour une décade, 1 cm pour 20 dB avec $x \in [10^{-1} ; 10^5]$ ou utilisez le document en annexe 2 en y ajoutant 2 décades de plus à droite)
- Question 26 : **Déduire** du comportement fréquentiel, le comportement temporel du système si à l'entrée nous imposons au système un signal $E(t) = E_0 \cdot \sin(\omega t)$. **Conclure** quant à la performance du système.

Annexe 1 : Schéma fonctionnelle de la structure complète d'asservissement



Annexe 2 : Papier millimétré semi-log en abscisse.

