

## DEVOIR MAISON DE SCIENCES DE L'INGENIEUR (DM2)

Evaluation des cycles :

- Cycle 6 : Déterminer les efforts aux effecteurs de structures ouvertes à l'équilibre (STA)
- Cycle4-5 : Modéliser en SLCI un SA, identifier son comportement et étudier sa performance
- Cycle3 : Modéliser le comportement cinématique d'un transmetteur linéaire
- Cycle2 : Modéliser et simuler le comportement cinématique d'un système asservi
- Cycle1 : Modéliser et analyser fonctionnellement et structurellement des systèmes asservis

Support :

- **Robot TROOPER (2H)**



**Consignes :**

Il est fortement conseillé de **lire la totalité du sujet** avant de démarrer votre travail.

L'utilisation du crayon papier est **interdite** sur la copie.

La rédaction des réponses sera **la plus concise possible** : on évitera de trop longs développements de calculs en laissant subsister les articulations du raisonnement.

Chaque réponse ne pourra se limiter à une suite d'expressions mathématiques sans justification.

On encadrera obligatoirement les résultats.

Le non-respect de ces consignes entraînera des points de pénalisation.

N.B. : l'élève attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

***Toutes les parties sont indépendantes***

## Partie I - Problématique et objectif

En culture hors-sol (figure 1), il faut constamment déplacer les pots pour profiter de la lumière, pour regrouper les cultures, isoler celles qui posent problème, ... Ce travail est pénible physiquement et les pépiniéristes peinent à trouver de la main d'oeuvre pour réaliser ces tâches quotidiennes difficiles.



Figure 1 - Exemple de culture hors-sol



Figure 2 - Robot TROOPER de la société INSTAR ROBOTICS

La Startup INSTAR ROBOTICS, spécialisée dans le développement de robots d'assistance, a conçu le robot TROOPER qui permet de répondre à ce besoin (figure 2).

L'objectif du travail proposé dans cette épreuve est de justifier les solutions techniques retenues par la société INSTAR ROBOTICS dans le but de respecter le cahier des charges élaboré en partenariat avec des pépiniéristes.

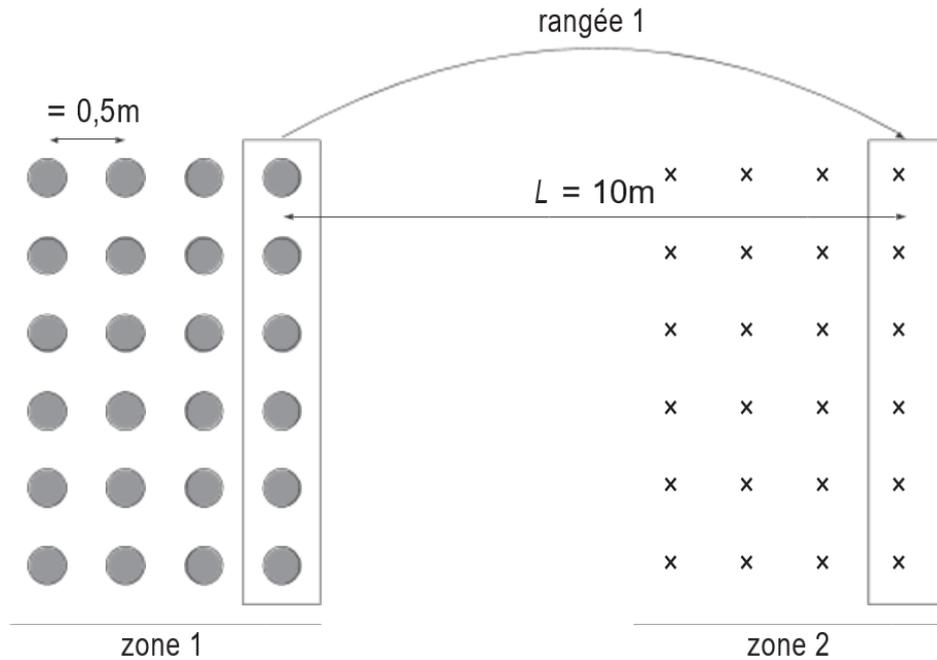
## Partie II - Cahier des charges

Les spécifications que doit respecter le robot sont directement liées aux contraintes imposées par la culture hors-sol.

Une des contraintes majeures est la vitesse à laquelle le robot doit se déplacer et réaliser les opérations de prise/dépose de pots afin d'être si possible aussi rapide qu'une personne.

Un exemple de tâche à réaliser consiste à déplacer 4 rangées de 6 pots d'une zone à une autre. Le robot doit prendre les 6 pots de la rangée 1 de la zone 1, puis les déplacer dans la rangée 1 de la zone 2, de même pour les autres rangées.

On note  $T_p$  le temps de prise d'une rangée de 6 pots, égal au temps de dépose (ce temps inclut toutes les manoeuvres et est estimé à 30 s). On suppose que le robot se déplace à la vitesse constante  $V$  en ligne droite sur une distance  $L = 10$  m séparant les rangées de chaque zone (figure 3). La distance entre deux rangées d'une zone est notée  $\ell = 50$  cm.



**Figure 3** - Tâche à effectuer par le robot

Un employé qui utilise un chariot à pousser (pour déplacer 6 pots à chaque fois) met un temps total  $T_m$  pour réaliser cette tâche de repositionnement de 4 rangées de pots.

**Q1.** Déterminer la vitesse  $V$ , supposée constante, à laquelle doit se déplacer le robot en ligne droite pour réaliser la tâche au maximum en  $T_m$  secondes en fonction de  $L$ ,  $T_m$  et  $T_p$ .

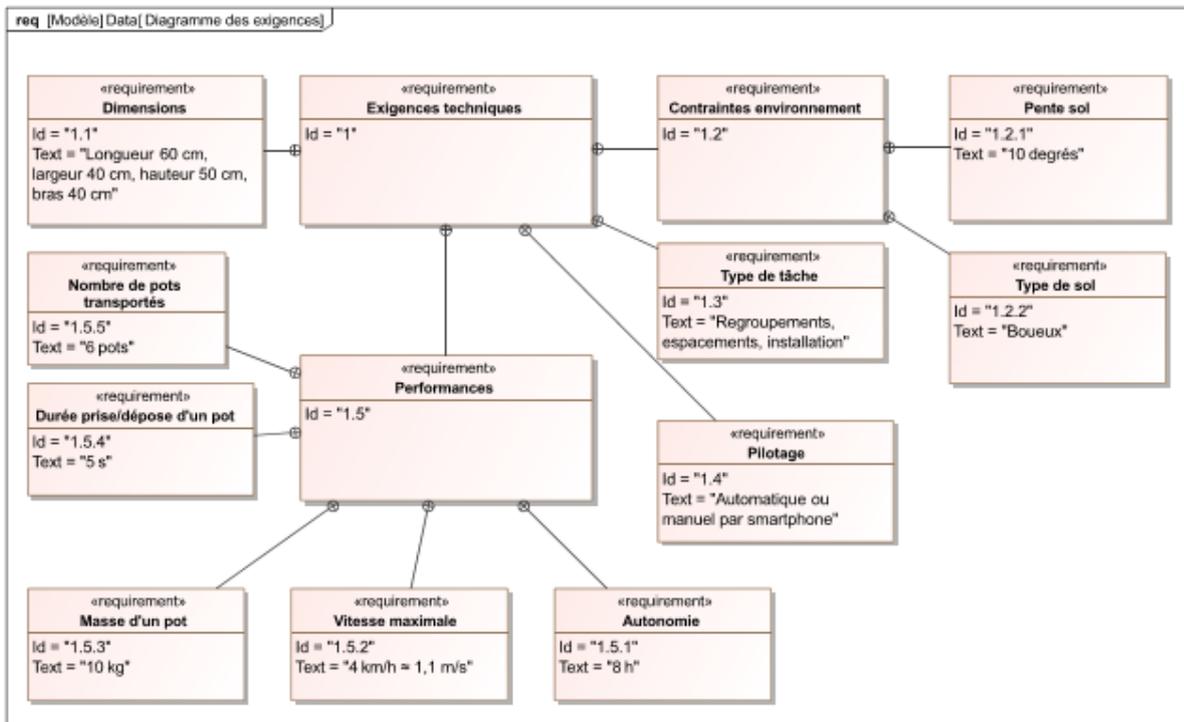
**Faire** l'application numérique pour une durée  $T_m$  de 320 secondes.

Les autres éléments du cahier des charges pourraient être justifiés de la même manière. Le diagramme des exigences de la **figure 4** liste les éléments principaux utiles pour le dimensionnement du robot.

Le robot est constitué de plusieurs chaînes d'énergie et d'information. Nous analyserons dans un premier temps les chaînes d'énergie et d'information relatives au déplacement du robot, puis, dans un second temps, celles relatives à la prise et dépose des pots.

Pour se déplacer, le robot utilise deux roues motorisées indépendantes à l'avant et deux roues folles à l'arrière. Le robot embarque une batterie pouvant délivrer jusqu'à 100 Volts. Une carte de commande dédiée à chaque moteur utilise l'information d'un codeur incrémental monté sur chaque axe moteur pour donner des ordres au hacheur pilotant ce même moteur. Un réducteur permet d'adapter la vitesse de rotation du moteur pour la transmettre à la roue. Pour permettre au robot de se diriger correctement, un dispositif LIDAR (Laser Imaging Detection And Ranging : émetteur/récepteur infrarouge) fournit des informations sur l'environnement à un micro-ordinateur qui se charge d'envoyer des consignes aux cartes de commande des moteurs. L'utilisateur peut communiquer avec le robot à l'aide d'une tablette en Bluetooth.

**Q2.** À l'aide des informations citées, **compléter** les chaînes de puissance et d'information pour le déplacement du robot (cf Doc réponse).



**Figure 4 - Diagramme des exigences du robot Trooper**

### Partie III - Déplacement du robot

Nous allons montrer tout d'abord la nécessité d'asservir en vitesse les moteurs pour assurer un déplacement correct du robot.

#### III.1 - Nécessité d'un asservissement en vitesse

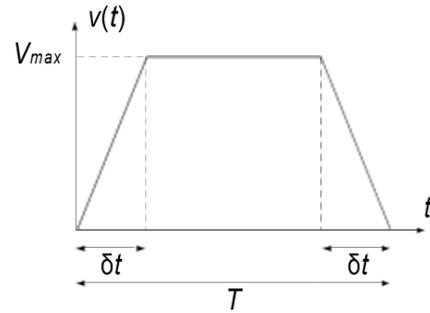
Chaque roue motorisée du robot a pour rayon  $r = 15\text{cm}$  et le rapport de réduction du réducteur associé à chaque moteur vaut  $k_r = 1/40$ .

Les caractéristiques d'un moteur sont :

- $J_m = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$  moment d'inertie de l'ensemble motoréducteur ramené sur l'arbre moteur,
- $K_m = 0,2 \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$  constante de couple (égale à la constante de vitesse),
- $R_m = 1 \Omega$  résistance interne du moteur,
- vitesse maximale du moteur égale à  $3\,000 \text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

**Q3.** Vérifier que les éléments choisis permettent de respecter le critère de vitesse maximale défini dans le diagramme des exigences.

On souhaite que le robot se déplace selon une loi trapèze de vitesse avec  $V_{max}$  la vitesse maximale du robot (du diagramme des exigences) pour parcourir une distance  $D = 10\text{m}$ . On donne le temps total  $T = 10\text{ s}$  et on cherche la durée d'accélération égale à la durée de décélération  $\delta t$ . Pour la question suivante, on suppose, de manière simplifiée, que le robot suit parfaitement cette consigne.



- Q4. Déterminer** l'expression du temps  $\delta t$  pour respecter le déplacement souhaité en fonction de  $D$ ,  $T$  et  $V_{max}$ .  
**Faire** l'application numérique.

On suppose que les deux moteurs sont identiques. Les équations qui caractérisent le comportement en ligne droite du robot sont les suivantes :

$$u_m(t) = R i_m(t) + k_m \omega_m(t) \tag{1}$$

$$2C_m(t) - C_r(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} \tag{2}$$

$$C_m(t) = k_m i_m(t) \tag{3}$$

$$v(t) = k_t \omega_m(t) \tag{4}$$

où  $\omega_m(t)$  est la vitesse angulaire d'un moteur,  $u_m(t)$  la tension de commande d'un moteur,  $i_m(t)$  le courant traversant chaque moteur et  $C_m(t)$  le couple exercé par un moteur.

$C_r(t)$  est un couple résistant global supposé nul dans un premier temps pour **Q5** et **Q6**.  $J$  est le moment d'inertie équivalent de l'ensemble en mouvement ramené sur un arbre moteur.  $v(t)$  est la vitesse du robot en ligne droite par rapport au sol.

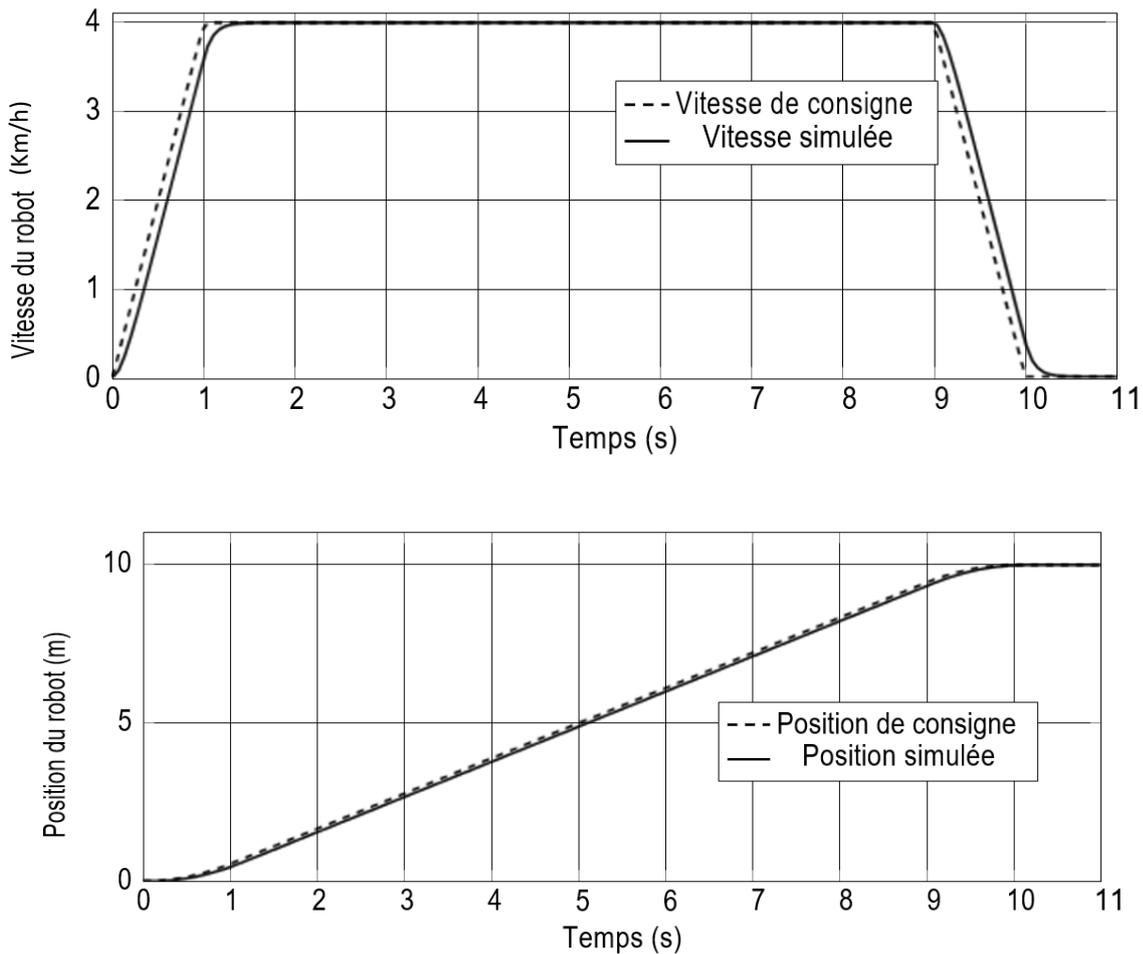
- Q5. Déterminer** l'équation différentielle vérifiée par  $v(t)$  avec  $u_m(t)$  comme entrée.  
**Vérifier** que  $v(t) = \alpha_0(t - \tau_m + \tau_m e^{-t/\tau_m})$  est solution de l'équation différentielle pour une consigne de tension  $u_m(t) = \frac{u_0}{\delta t} t u(t)$ , où  $u(t)$  est un échelon unitaire. On suppose que  $v(0) = 0$ .  
 On donnera l'expression de  $\alpha_0$  et  $\tau_m$  en fonction de  $u_0$ ,  $\delta t$  et des constantes intervenant dans les équations du moteur.

La **figure 5** montre la réponse du robot à une tension de commande en trapèze. La courbe de vitesse simulée est tracée ainsi que la courbe de vitesse de consigne fournie.

- Q6.** En s'aidant de l'expression de la vitesse donnée précédemment, **estimer** la valeur de  $\tau_m$  à partir de la courbe de vitesse réelle. **Faire** apparaître le tracé sur la figure du **Document Réponse**.

Au regard des simulations effectuées, on constate qu'on peut confondre la vitesse de consigne avec la vitesse simulée et ainsi travailler directement avec le profil de vitesse de consigne pour des études cinématiques.

Le robot évolue sur un terrain souvent boueux et accidenté, ce qui engendre des perturbations sur les roues, le robot ne se déplace alors plus à la vitesse souhaitée. De plus, pour des courants trop faibles, les roues ne tournent pas à cause des frottements. La vitesse de déplacement du robot est donc asservie à une vitesse de consigne notée  $v_c(t)$ .



**Figure 5** - Simulation du déplacement du robot en réponse à une consigne en trapèze

Un adaptateur de gain  $K_a$  convertit la consigne  $v_c(t)$  ( $m \cdot s^{-1}$ ) en une valeur numérique notée  $n_c(t)$ .

Cette valeur numérique est comparée à l'image  $n_m(t)$  de la vitesse de rotation des moteurs  $\omega_m(t)$  déterminée à l'aide d'un codeur incrémental de gain  $K_c$ . Il délivre 628 informations (ou inc) par tour de moteur.

L'écart  $\varepsilon(t)$  ainsi formé est adapté par un ensemble correcteur amplificateur dont la fonction de transfert sera notée  $C(p)$  pour fournir la tension d'alimentation  $u_m(t)$  aux moteurs.

La vitesse de rotation des moteurs  $\omega_m(t)$  est adaptée par l'ensemble réducteur-roue de gain  $k_r$  pour obtenir la vitesse  $v(t)$  de déplacement du robot.

Des perturbations sur les moteurs sont prises en compte sous la forme d'un couple résistant noté  $C_r(t)$ .

**Q7.** À partir des équations (1), (2) et (3), **déterminer** la relation  $\Omega_m(p) = H_m(p) \cdot U_m(p) + H_r(p) \cdot C_r(p)$  où l'on **précisera** l'expression de  $H_m(p)$  et  $H_r(p)$  sous forme canonique.

**Q8. Compléter** le schéma-bloc de l'asservissement de vitesse linéaire du robot en utilisant les indications précédentes. **Préciser** la valeur numérique de  $K_c$  en  $inc/rad$ .

**Donner** l'expression de  $K_a$  permettant d'assurer un asservissement correct.

On choisit de prendre un correcteur de la forme  $C(p) = K_p \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p}$ .

**Q9. Nommer** le correcteur et **justifier** le choix de ce correcteur.

On prend pour valeur de  $\tau_i$  la valeur de la constante de temps du moteur :  $\tau_i = \tau_m$ .

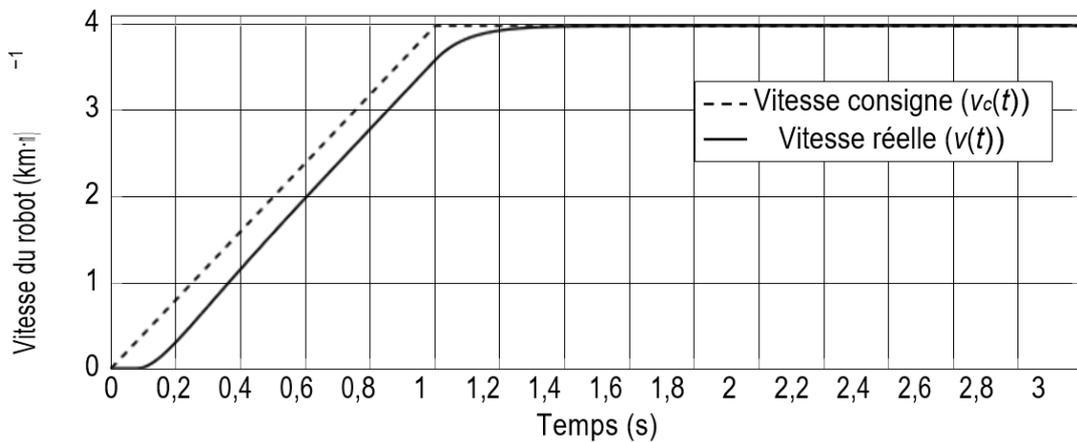
Compte tenu de la valeur choisie pour  $K_a$ , le schéma-bloc de l'asservissement de vitesse peut être mis sous forme de schéma-bloc à retour unitaire dont la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte est :

$$FTBO(p) = C(p) \frac{K_m K_c}{1 + \tau_m p}$$

avec  $K_m K_c = 500 \text{ inc} \cdot \text{s}^{-1} \text{V}^{-1}$  et  $\tau_m = 0,1 \text{ s}$ .

**Q10. Déterminer** la valeur de  $K_p$  pour que le temps de réponse à 5 % en boucle fermée soit égal à 0,3 s.

La **figure 6** représente la réponse du robot pour une consigne en trapèze en utilisant un correcteur bien réglé et en prenant en compte des perturbations de type frottement sec. Pour prendre en compte le couple  $C_r$  dans la simulation, un bloc non-linéaire a été introduit dans le schéma-bloc pour aboutir à cette réponse.



**Figure 6** - Simulation de la vitesse du robot asservi en réponse à une consigne en trapèze

**Q11. Entourer** sur la courbe la zone qui montre que la perturbation a été prise en compte. **Conclure** sur la pertinence de l'asservissement de vitesse mis en place vis-à-vis des performances attendues.

### III.2 - Comportement en pente

La motorisation retenue permet de déplacer le robot sur sol horizontal même en présence d'une perturbation de type frottement sec. Il faut cependant vérifier qu'elle permet également au robot de gravir des pentes comme indiqué dans le diagramme des exigences (Id 1.2.1), ce qui correspond à une perturbation supplémentaire.

On se place dans le cas où le robot supporte 6 pots de masse  $m = 10 \text{ kg}$  chacun. On note  $M = 60 \text{ kg}$  la masse du robot. On associe au sol le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  incliné d'un angle  $\alpha = (\vec{y}, \vec{y}_0) = (\vec{z}, \vec{z}_0)$  constant par rapport à l'horizontale.

Le robot se déplace en ligne droite selon  $(O, \vec{y}_0)$  à la vitesse  $v(t)$ , en phase de montée. On note  $C_m(t)$  le couple appliqué par chaque moteur pour faire avancer le robot. Les liaisons sont toutes supposées parfaites énergétiquement et le robot roule sans glisser sur le sol (figure 7).

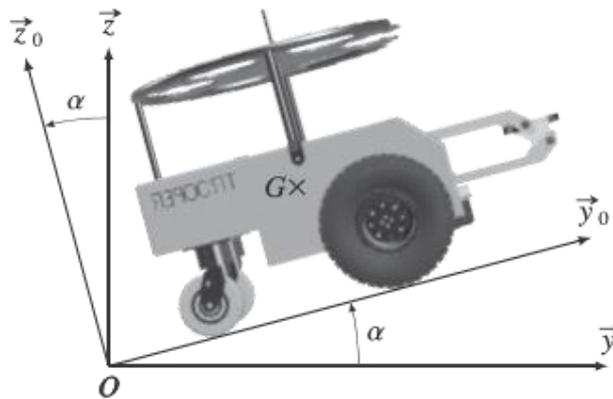


Figure 7 - Paramétrage pour l'étude en pente du robot (représenté sans les pots)

On rappelle que  $v(t) = k_t \omega_m(t)$ . On négligera l'inertie des réducteurs et des roues.

**Q12.** En appliquant, le théorème de l'énergie cinétique, on pourrait montrer que l'équation qui décrit le mouvement du robot en pente est la suivante :  $M_{eq} \frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{r_{eq}} C_m(t) - F_{r,eq}$

A partir d'une analyse dimensionnelle, vérifier l'homogénéité des unités en sachant que  $M_{eq}$  est une masse,  $r_{eq}$  est un rayon,  $C_m(t)$  un couple moteur et  $F_{r,eq}$  une force

Pour vérifier le dimensionnement des moteurs, on utilise les valeurs suivantes pour les constantes déterminées précédemment :  $M_{eq} \approx 120 \text{ kg}$ ,  $r_{eq} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $F_{r,eq} \approx 200 \text{ N}$ .

On considère à nouveau la loi de pilotage définie précédemment sous forme de trapèze avec  $V_{max} = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\delta t = 1 \text{ s}$  et  $T = 10 \text{ s}$ .

**Q13. Tracer** l'évolution de  $C_m(t)$  au cours du temps compte tenu de l'évolution souhaitée de  $v(t)$ . Préciser les valeurs caractéristiques sous forme littérale, puis numérique.

**Q14.** À l'aide des équations du moteur déterminer le couple maximal développé par un moteur lorsqu'il est alimenté sous 100 V. Vérifier alors que la motorisation est adaptée à une montée en pente du robot.

### III.3 - Pilotage du robot

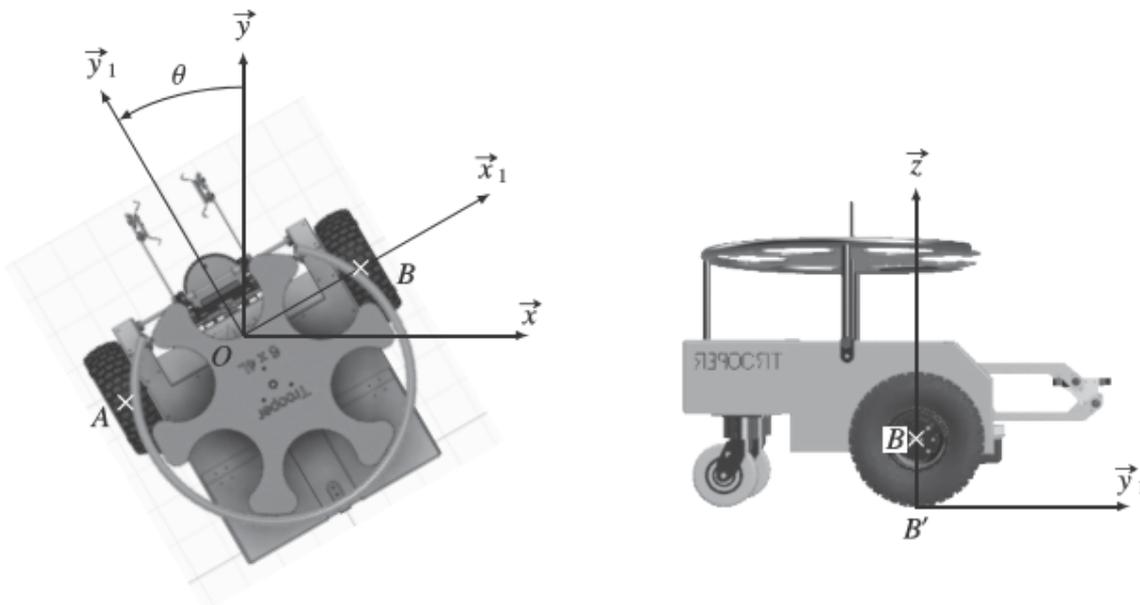
La société qui développe le robot propose une application sur tablette qui permet, soit de piloter manuellement le robot, soit de lui faire réaliser des tâches automatisées. Pour cela, le robot utilise le LIDAR qui détermine la position des pots environnants par rapport au robot.

Pour pouvoir se déplacer dans toutes les directions, il faut contrôler le comportement du robot et notamment définir correctement les consignes de vitesse de chaque roue motorisée.

Le paramétrage du robot est donné sur la **figure 8**.

La distance séparant les centres des roues motrices au point  $O$  est notée  $e = AO = OB$ . Le rayon d'une roue est noté  $r$ .

On suppose que le mouvement du robot noté 1 par rapport au sol noté 0 est défini par le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}_{1/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \vec{z} \\ V \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$ . On note  $A'$  le point de contact de la roue gauche avec le sol et  $B'$  le point de contact de la roue droite avec le sol. On note  $\omega_d$  (respectivement  $\omega_g$ ) les vitesses de rotation des roues droite (notée d) et gauche (notée g) par rapport au robot 1.



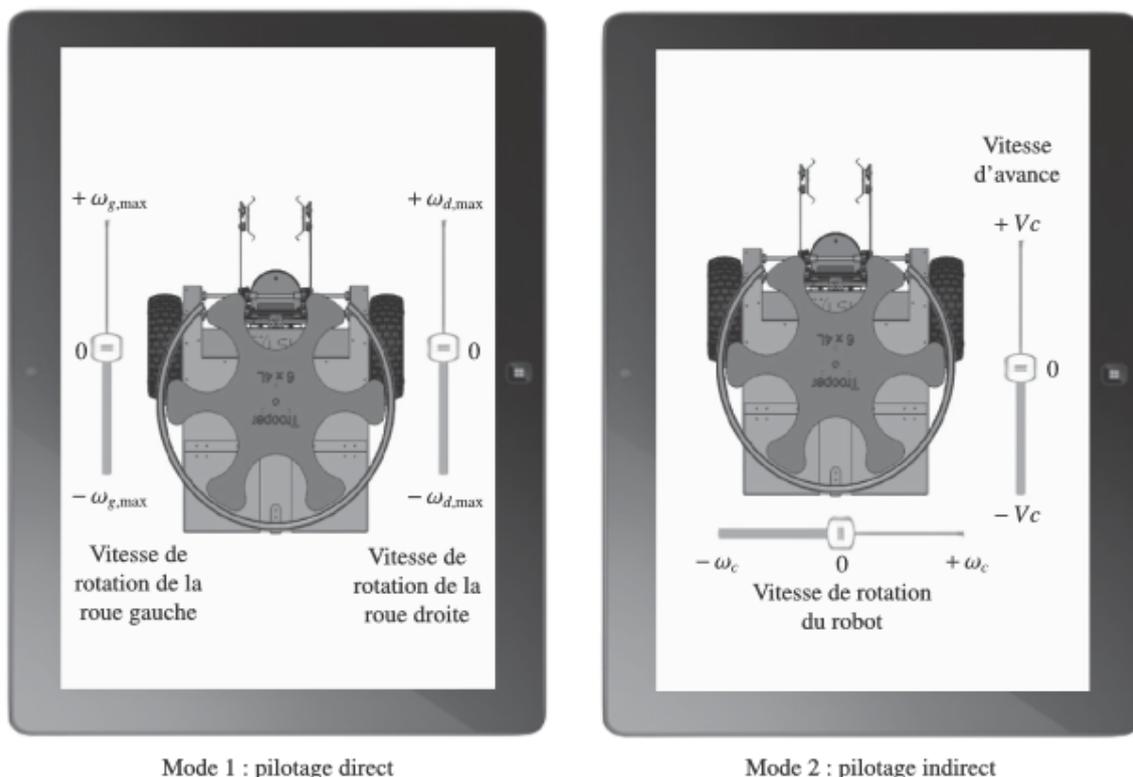
**Figure 8 - Paramétrage du robot en virage**

- Q15.** Déterminer la vitesse  $\vec{V}(A' \in g/0)$  en fonction de  $V$ ,  $\omega_g$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $e$  et  $r$ . De même, sans détailler les calculs, donner l'expression de  $\vec{V}(B' \in d/0)$  en fonction de  $V$ ,  $\omega_d$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $e$  et  $r$ .
- Q16.** En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement en  $A'$  et en  $B'$ , montrer que  $\dot{\theta} = C_1(\omega_g - \omega_d)$  et  $V = -C_2(\omega_d + \omega_g)$  où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes positives à exprimer en fonction des données.

Il existe deux modes de pilotage manuel (**figure 9**).

Dans le premier cas (pilotage direct), on contrôle la vitesse de chaque roue grâce à deux curseurs : le robot est difficile à déplacer.

Dans le second cas (pilotage indirect), un premier curseur permet de spécifier la vitesse du centre du robot entre  $-V_c$  et  $+V_c$  et un autre curseur permet de contrôler la vitesse de rotation du robot  $\dot{\theta}$  entre  $-\omega_c$  et  $+\omega_c$  (rotation autour de l'axe  $(O, \vec{z})$ ). En utilisant le curseur de vitesse d'avance uniquement on peut faire avancer ou reculer le robot. Si on utilise uniquement le deuxième curseur (vitesse de rotation du robot), on peut le faire tourner sur place vers la gauche ou vers la droite.



**Figure 9** - Application de pilotage du robot

**Q17. Indiquer** les consignes qu'il faut imposer à chaque roue pour obtenir les quatre déplacements souhaités en fonction de  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $V_c$  et  $\omega_c$ .

Le LIDAR donne la distance qui sépare un pot du robot ainsi que l'angle par rapport à la direction d'avance du robot. Avec ces informations, pour aller récupérer un pot, il suffit de faire tourner le robot sur lui-même (en faisant tourner une roue dans un sens et l'autre dans le sens inverse avec  $V = 0$ ) d'un angle  $\theta_c$  pendant un temps  $t_c$  à une vitesse angulaire donnée  $\omega_c$  pour l'orienter correctement (pour ce déplacement, on notera  $\pm \omega_1$  la vitesse de rotation des roues). Puis, on fait avancer le robot vers le pot en ligne droite (pour ce déplacement, les vitesses des roues sont notées  $\pm \omega_2$ ). Lorsque la distance  $\ell$  renvoyée par le LIDAR est inférieure ou égale à une distance donnée  $\ell_c$ , le robot s'arrête pour pouvoir prendre le pot.

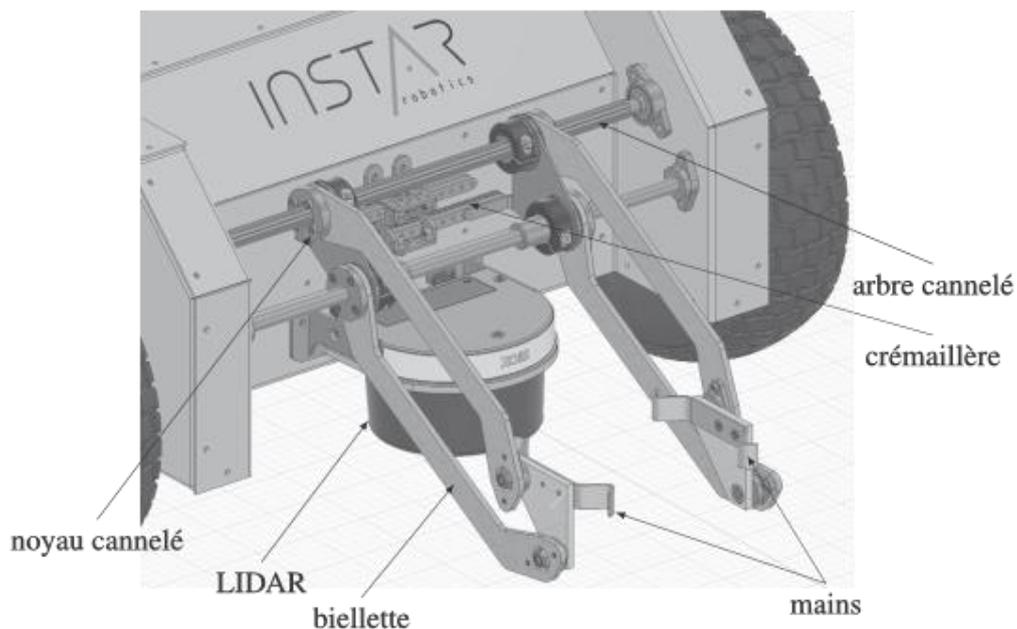
**Q18. Compléter** les info-bulles du diagramme d'état qui décrit le comportement du robot avec les valeurs de  $\omega_d$  et  $\omega_g$ , ainsi que les deux transitions manquantes.

## Partie IV - Prise des pots

La deuxième fonction principale du robot est de pouvoir prendre et déposer des pots d'une taille donnée. L'objectif de cette partie est d'analyser le mécanisme de prise et dépose des pots.

### IV.1 - Solution brevetée

La société INSTAR ROBOTICS a déposé un brevet concernant la solution permettant de prendre les pots (**figure 10**). Cette solution utilise deux moteurs, l'un pour rapprocher les bras et l'autre pour les lever et placer un pot dans une zone pouvant contenir 6 pots (magasin). Des capteurs permettent de détecter lorsque les bras sont en position ouverte (bras complètement écartés) ou en position fermée (pinces en contact l'une avec l'autre). De même, des capteurs permettent de détecter la position haute et la position basse des bras. En position haute, il suffit d'ouvrir les bras pour que le pot soit bien placé dans la zone de stockage des pots. Pour détecter qu'il est possible de lever un pot, le courant  $i$  parcourant les moteurs est utilisé. S'il dépasse une valeur  $i_0$ , cela veut dire que le pot est serré suffisamment fort entre les deux mains et qu'il est possible de le lever.



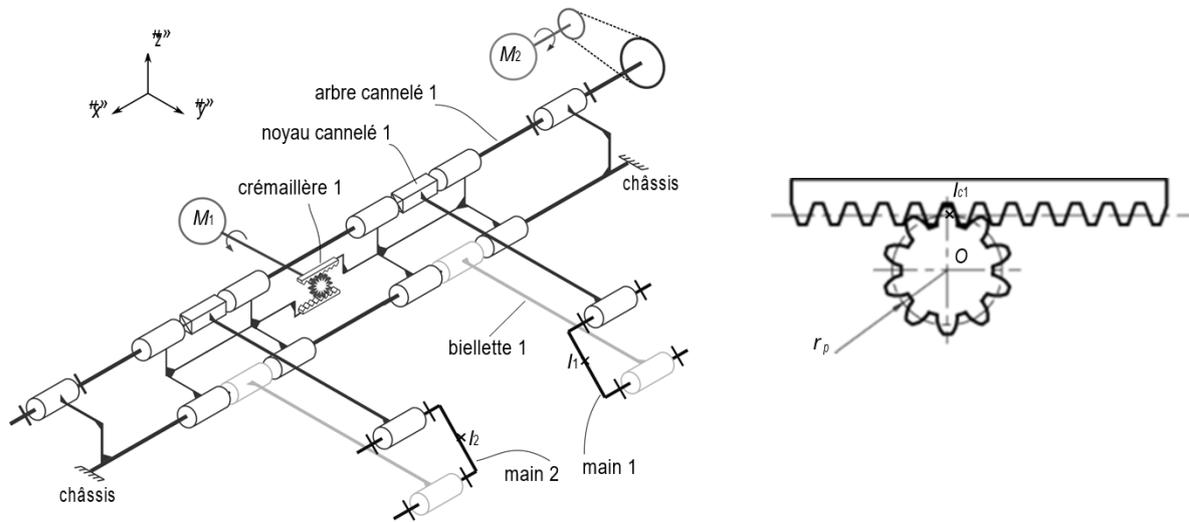
**Figure 10** - Description du mouvement bras

La zone de stockage des pots est mise en mouvement par un moteur asservi en position qui réalise  $1/6^\circ$  de tour lorsqu'un pot est correctement positionné.

**Q19. Proposer** une solution mécanique (uniquement le nom de la solution) permettant de réaliser  $1/6^\circ$  de tour sans avoir besoin d'asservir le moteur.

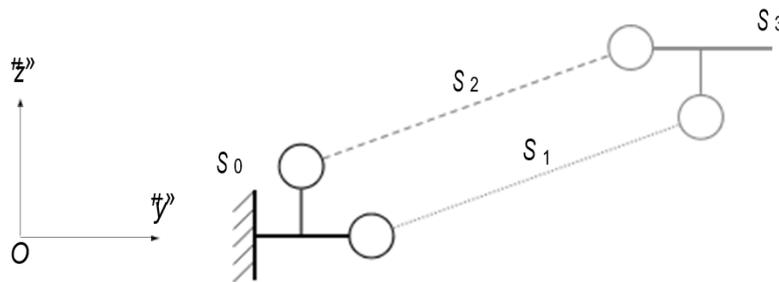
La solution retenue pour prendre les pots est donnée sur le schéma cinématique de la **figure 11**.

**Q20. Indiquer** quel moteur entraîne le rapprochement des bras ( $M_1$  ou  $M_2$ ) et celui qui permet de soulever le pot. **Justifier** pourquoi les " mains " se déplacent toujours parallèlement au sol et ce que cela implique sur les pots.



**Figure 11** - Cinématique du système de prise des pots

Le mouvement d'élévation d'une main est réalisé par un mécanisme qui peut être modélisé comme sur la **figure 13**.



**Figure 13** - Modélisation simplifiée du mécanisme d'élévation

On utilisera le système  $S = \{\text{Chassit\_Robot } (0) + \text{Grande\_Roue\_Gauche } (1) + \text{Grande\_Roue\_Droite } (2) + \text{Petite\_Roue\_Gauche } (3) + \text{Petite\_Roue\_Droite } (4) + \text{Moteur\_Gauche } (5) + \text{Moteur\_Droite } (6) + \text{Main1 } (7) + \text{Main 2 } (8)\}$

**Q21 : Réaliser** le graphe des liaisons de ce système. **Compléter** le graphe en y faisant apparaître les actions extérieures.

Les motoréducteurs retenus pour prendre et soulever les pots délivrent un couple maximal de 12 N·m. Leur vitesse maximale est égale à  $200 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . Le pignon du dispositif pignon-crémaillère possède  $Z = 20$  dents. Le pas entre les dents sur la crémaillère est égal à  $p = 10 \text{ mm}$ . Le rayon du pignon vaut ainsi  $r_p = \frac{Zp}{2\pi}$ . On suppose que les pinces sont en contact ponctuel avec un pot de masse  $m = 10 \text{ kg}$  sans contact avec le sol. Le coefficient de frottement entre les pinces et le pot est pris égal à  $f_p = 0,3$ . L'accélération de la pesanteur est notée  $-g\vec{z}$  avec  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

**Q22 : Déterminer** le rapport de réduction entre le moteur et la sortie crémaillère. En déduire à partir du couple moteur la force exercée par les mains sur le pot.

On note :

$$\begin{aligned}
 - \{T_{main1 \rightarrow pot}\} &= \left\{ \begin{array}{c} N_1 \vec{x} + T_1 \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_1} \text{ l'action mécanique de la main 1 sur le pot ;} \\
 - \{T_{main2 \rightarrow pot}\} &= \left\{ \begin{array}{c} -N_2 \vec{x} + T_2 \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_2} \text{ l'action mécanique de la main 2 sur le pot.}
 \end{aligned}$$

L'action mécanique d'une crémaillère sur le pignon est simplement modélisée par un glisseur de résultante portée par  $\vec{x}$  appliquée en un point  $I_{ci}$  ( $i = 1$  ou  $i = 2$ ). On suppose l'ensemble à l'équilibre.

**Q23.** En isolant le pot, déterminer les composantes normales minimales  $N_1$  et  $N_2$  à appliquer de chaque côté du pot.

**Q24.** Préciser la démarche de résolution permettant de déterminer le couple exercé par le motoréducteur pour maintenir à l'équilibre le pot (isolements et théorèmes). En déduire que le couple minimal vaut  $C = r_0 m g$  en donnant l'expression de  $r_0$  en fonction de  $r_p$  et  $f_p$ . Sachant que  $r_0 = 106$  mm, vérifier si le motoréducteur retenu est satisfaisant.

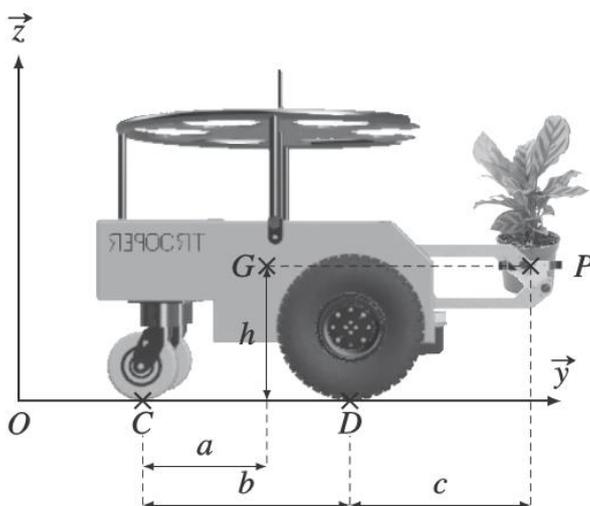
#### IV.2 - Basculement

Lors de la prise d'un pot, il est possible que le robot bascule. Pour éviter ce problème, la batterie a été placée à l'arrière pour décaler le centre de gravité. L'objectif des questions suivantes est de déterminer la masse d'un pot provoquant le basculement du robot.

**Q25.** Décrire la situation la plus défavorable en fonction de la position des bras et du nombre de pots sur le robot.

On utilise le paramétrage de la **figure 14**. On note  $M = 60$  kg la masse du robot à vide et  $m = 10$  kg la masse d'un pot. Le centre de gravité du robot à vide est noté  $G$  et le centre de gravité du pot est noté  $P$ .

Le problème est supposé symétrique et plan, ce qui permet de considérer un demi-robot, de masse  $M/2$ , en contact en deux points  $C$  et  $D$  avec le sol et qui porte un demi-pot de masse  $m/2$ .



Données :  
 $a = 30$  cm  
 $b = 45$  cm  
 $c = 40$  cm  
 $h = 30$  cm

**Figure 14 - Paramétrage pour l'étude du basculement**

On suppose que les actions mécaniques en  $C$  et  $D$  sont des glisseurs de résultantes :

$$\vec{F}(\text{sol} \rightarrow \text{roue arrière}) = N_C \vec{z} + T_C \vec{y} \text{ et } \vec{F}(\text{sol} \rightarrow \text{roue avant}) = N_D \vec{z} + T_D \vec{y}.$$

**Q26.** En précisant le système isolé et en choisissant une seule équation issue du principe fondamental de la statique, déterminer l'expression de l'effort normal sur la roue arrière  $N_C$  en fonction de  $g$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $M$  et  $m$ .

**Q27.** Déterminer la masse maximale d'un pot qui entraîne le basculement du robot. Conclure vis-à-vis du diagramme des exigences.

On note  $\gamma$  l'accélération longitudinale du robot,  $C_{mr}$  le couple induit par les motoréducteurs sur les roues avant,  $r$  le rayon des roues avant,  $f = 0,5$  le facteur de frottement des roues sur le sol. On néglige le moment d'inertie des roues selon leur axe de rotation.

Le problème est toujours supposé symétrique et plan, ce qui permet de considérer un demi-robot, de masse  $M/2$ , en contact en deux points  $C$  et  $D$  avec le sol. On se place dans le cas où le robot ne porte pas de pot. On peut montrer que :

$$\frac{M}{2}\gamma = T_C + T_D \quad (5)$$

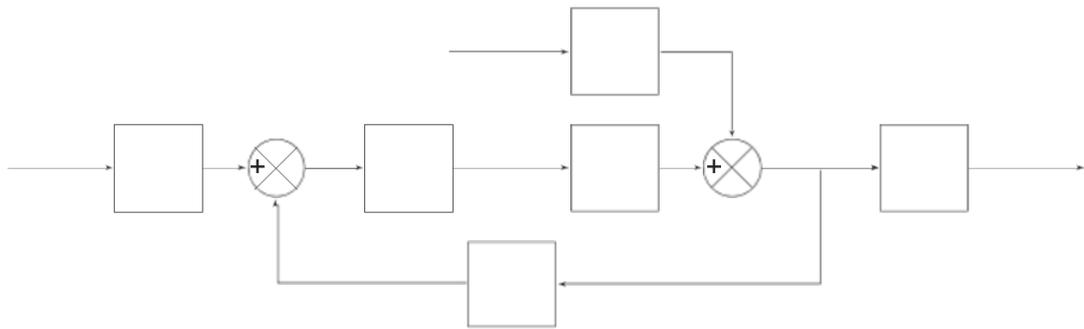
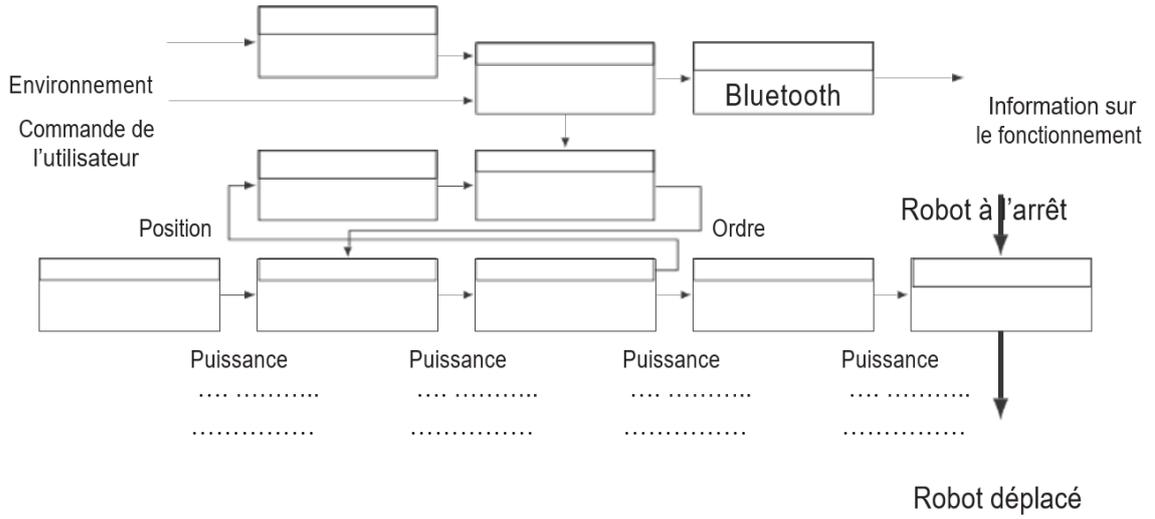
$$\frac{M}{2}g = N_C + N_D \quad (6)$$

$$-bN_C + (b-a)\frac{M}{2}g = -h\frac{M}{2}\gamma. \quad (7)$$

**Q28.** Indiquer quel théorème a été utilisé pour obtenir chaque équation (nom du théorème, point, projection).

**Q29.** Sachant que seule la roue avant est motrice (contact en  $D$ ), en déduire l'expression littérale de  $T_D$ .

**Q2 - Chaînes d'énergie et d'information**



**Q8 - Schéma-bloc avec fonctions de transfert manquantes. Valeur numérique de  $K_c$ . Expression de  $K_a$**