

## DEVOIR MAISON DE SCIENCES DE L'INGENIEUR (DM4)

Evaluation des cycles 1 - 8

Support :

- Système de rampe arrière de l'avion militaire A400M Atlas



Consignes :

Il est fortement conseillé de **lire la totalité du sujet** avant de démarrer votre travail.

Toutes les parties sont indépendantes.

L'utilisation du crayon papier est **interdite** sur la copie.

La rédaction des réponses sera **la plus concise possible** : on évitera de trop longs développements de calculs en ne laissant subsister que les articulations du raisonnement.

Chaque réponse ne pourra se limiter à une suite d'expressions mathématiques sans justification.

Vous encadrerez ou soulignerez obligatoirement les résultats.

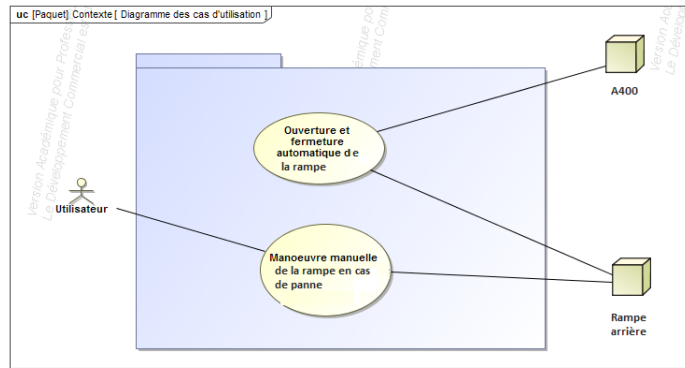
Le non-respect de ces consignes entraînera des points de pénalisation.

# Modélisation d'une rampe arrière de A400M

L'industrie aéronautique propose sur les avions modernes de plus en plus de systèmes d'aide à l'utilisateur, aussi bien dans les domaines de la sécurité que du confort d'utilisation. Ces équipements ne sont généralement pas directement développés par les constructeurs aéronautiques, mais par des sous-traitants équipementiers comme Safran, Daher, Zodiac Aerospace, etc. Ces derniers développent des familles de produits spécifiques conformes aux cahiers des charges des constructeurs aéronautiques. Les équipementiers doivent donc être en mesure de modéliser leurs produits et disposer d'outils de simulation afin de valider leur comportement une fois intégrés à l'avion. L'étude qui suit propose la construction d'un modèle d'un dispositif de fermeture de la rampe arrière de l'A400M.

Le PCS (Power Closure System), conçu par Stelia Aerospace, est un système d'ouverture et de fermeture automatique de la rampe d'avions cargos.

## Diagramme des cas d'utilisation



## Diagramme des exigences

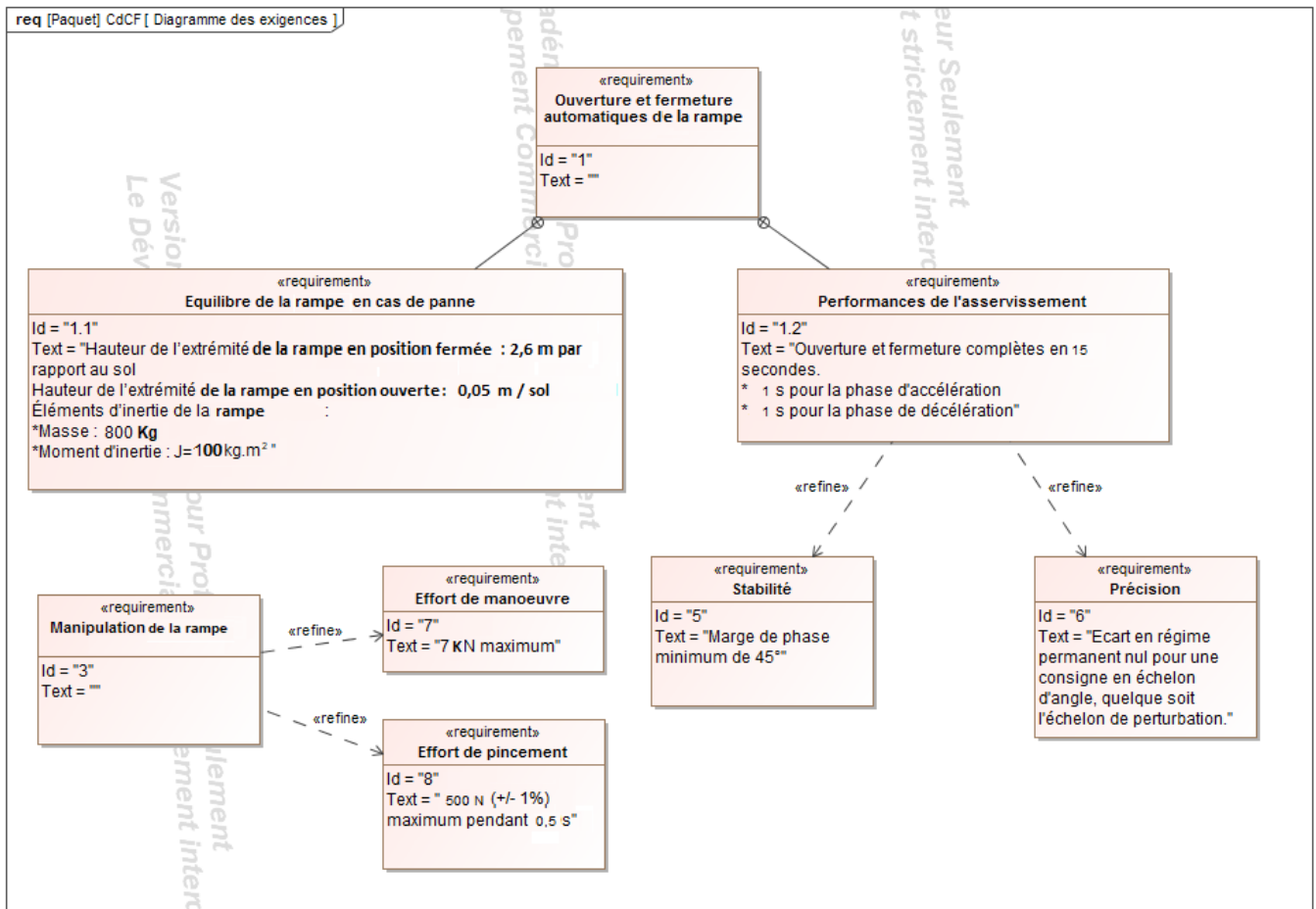


Figure 1 Approche SysML

L'ouverture ou la fermeture de la rampe est assurée par deux énormes vérins électriques prenant directement la place des vérins hydrauliques que l'on peut trouver généralement sur des rampes classiques.

Le mouvement de la rampe par rapport à la structure de l'avion est permis grâce à une liaison pivot entre le corps de l'avion et la rampe sur la partie inférieure et des liaisons sphériques avec les vérins.

La commande d'ouverture est effectuée par un bouton situé à l'intérieur de l'avion, sur la rampe, ou à l'aide d'une télécommande. Lorsque l'ordre d'ouverture est donné, la rampe se déverrouille et s'ouvre entièrement. La fermeture est aussi commandée par un bouton situé à l'intérieur de l'A400M. Un appui sur le bouton de fermeture démarre après une temporisation de sécurité de 5 secondes le cycle de montée de la rampe jusqu'au verrouillage complet.



Figure 2 Description de la rampe étudiée

### Objectif de l'étude

L'objectif de l'étude est de construire un modèle paramétrable, permettant à l'équipementier d'adapter rapidement sa gamme d'actionneurs de rampe à vérins électriques à toute nouvelle demande de constructeur aéronautique.

Pour construire ce modèle, on s'appuie sur le comportement du produit monté en série sur les avions A400M de dernière génération.

Le modèle doit permettre de valider, avant le lancement de la fabrication en série, un certain nombre de critères importants du cahier des charges des constructeurs aéronautiques :

- débattement de l'ouverture (rampe inférieure, porte supérieure) ;
- temps d'ouverture et de fermeture ;
- sécurité des personnes par limitation de l'effort de pincement.

Pour cela l'étude est décomposée en deux parties :

- construire le modèle cinématique de la rampe de l'A400M, pour en déduire en fonction des exigences constructeur les paramètres caractéristiques de choix et d'implantation des vérins électriques dans tout type d'avion (longueur du vérin, points d'ancrage, raideur du ressort...);
- modéliser la commande en vue de garantir la sécurité des personnes par une limitation du couple de fermeture en cas de blocage imprévu, puis vérifier que le système présente un comportement stable.

## I. Détermination des caractéristiques des vérins

### Objectif :

Déterminer les caractéristiques du vérin à choisir pour répondre au cahier des charges : longueur du vérin en position rampe ouverte et rampe fermée, course du vérin, raideur du ressort équipant le vérin, couple moteur maximal nécessaire pour le maintien en position de la rampe.

#### I.A – Description et paramétrage

On modélise le système par un système plan. Le système étant symétrique, les deux vérins sont ramenés dans le plan d'évolution de la rampe de l'avion et leur action mécanique s'exerçant sur la rampe est supposée identique.

Le repère  $(\vec{x}, \vec{y}_0, \vec{z}_0, \vec{w}_0)$  est lié à la Terre.  $\vec{y}_0$  est un vecteur unitaire vertical tel que l'accélération de la pesanteur s'écrit  $\vec{g} = -g\vec{y}_0$  avec  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .  $\vec{z}_0$  est un vecteur unitaire horizontal (voir figure 4). La liaison pivot entre la structure de l'avion et la rampe est d'axe  $(\vec{x}, \vec{z}_0)$ .

Le repère  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{w})$  est lié à la rampe. Le repère  $(\vec{x}, \vec{y}_0, \vec{z}_0, \vec{w}_0)$  est lié au corps du vérin. La sortie de tige par rapport au corps du vérin se fait dans la direction du vecteur  $\vec{z}_0$ .

Les liaisons entre la tige du vérin et le bâti d'une part, et entre le corps du vérin et la rampe d'autre part, sont des liaisons sphériques de centres respectifs A et C.

Le point D représente l'extrémité de la rampe. La hauteur du point D par rapport au sol suivant la verticale est de 0,05 m en position rampe ouverte et de 2,6 m en position rampe fermée.

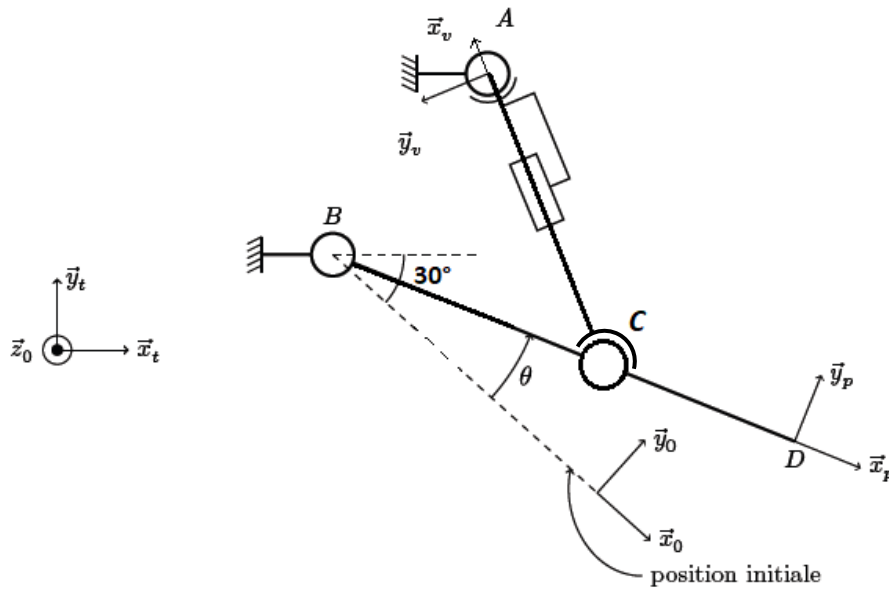


Figure 3 Schéma cinématique



Figure 4 : Figures de changement de bases

La position initiale retenue sera celle de la Rampe ouverte.

Le centre d'inertie de la Rampe est situé en G tel que  $\vec{BG} = \lambda \cdot \vec{x}_p$  avec  $\lambda = 2$  m.

$\vec{AB} = a \cdot \vec{x}_0 - b \cdot \vec{y}_0, \vec{AC} = -L \cdot \vec{x}_v, \vec{BC} = c \cdot \vec{x}_p, \vec{BD} = d \cdot \vec{x}_p$  avec  $a=0m, b=3m, c=1,5m$  et  $d=4m$

L'angle formé entre  $\vec{x}_0$  et l'horizontale  $\vec{x}_1$  est  $\theta_0 = 30^\circ$

**Q 1. Déterminer** l'angle d'ouverture maximal (*faire un petit croquis sur votre copie*).

**Q 2.** Par l'écriture de la fermeture géométrique dans le triangle ABC, **déterminer** la longueur du vérin L en fonction de l'angle d'ouverture de la rampe.

**Q 3. Déterminer** les valeurs extrêmes de  $\theta$  en fonction des paramètres système, ainsi que la course du vérin. A partir de l'application numérique donner les valeurs extrêmes de  $\theta$  (en deg) et la course du vérin (en mm) à 1 près.

**Q 4. Montrer** que la relation entre  $\theta$  et  $\alpha$  s'écrit :  $\tan \alpha = \frac{c \sin \theta - b}{a + c \cos \theta}$

**I.B – Vérification des critères du cahier des charges de la fonction FC1 et détermination de la raideur du ressort correspondante**

Les vérins utilisés sont constitués d'un moteur à courant continu, d'un réducteur à engrenage, d'une vis à billes et d'un ressort.

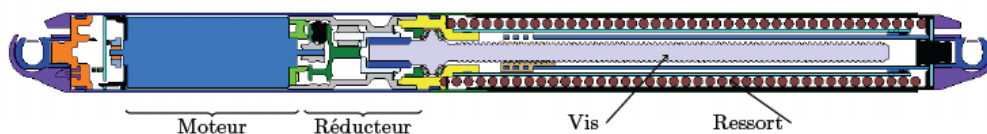


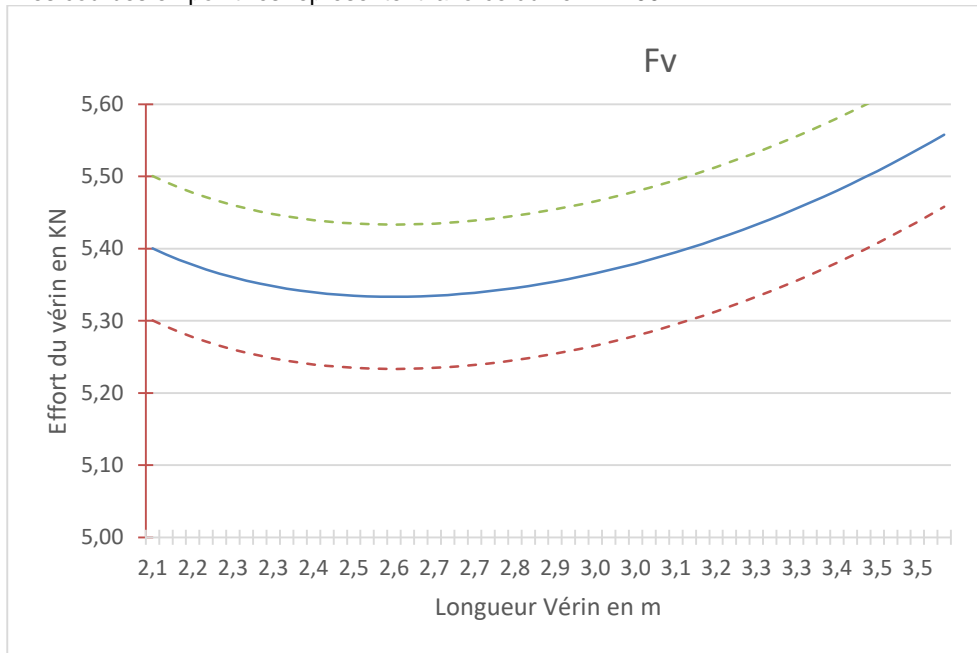
Figure 5 Descriptif du vérin utilisé

Le cahier des charges impose que la rampe soit en équilibre sur une large plage d'ouverture en cas de panne moteur. C'est pourquoi il faut déterminer la raideur et la longueur à vide des ressorts qui assurent cette fonction dans les vérins électriques. On suppose dans un premier temps que la rampe est à l'équilibre.

**Q 5. Déterminer** l'effort  $F$  exercé par chacun des vérins sur la rampe en fonction de  $\theta$ ,  $\alpha$  et des constantes du problème. (On isole la rampe et il faut appliquer la méthode du cours, BAM, écriture du PFS, Projection sur les axes, résolution)

On déduit de la question 5 le tracé de l'évolution de l'effort  $F$  nécessaire au maintien en équilibre de la rampe en fonction de la longueur  $L$  du vérin.

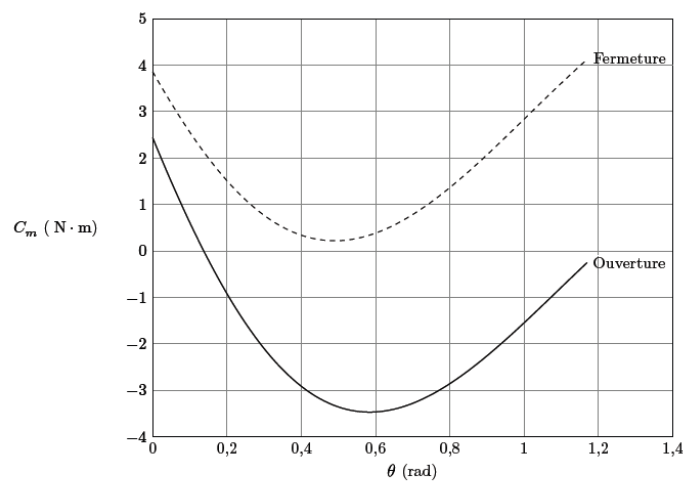
On choisit d'utiliser un ressort précontraint au sein du vérin (voir figure 5) de manière à assister la fermeture de la rampe et à assurer l'équilibre de la rampe sur une plage de fonctionnement maximale. On estime que la résultante maximale des efforts résistants dus au frottement au sein du vérin (essentiellement dues à la friction dans la vis) est de l'ordre de  $F_{\text{frot}} = 100 \text{ N}$ . La figure 6 représente la force que doit exercer le vérin sur la rampe pour assurer l'équilibre de cette dernière en fonction de la longueur du vérin. Les courbes en pointillés représentent la force du vérin  $\pm 100 \text{ N}$ .



**Figure 6 :** Effort de chacun des deux vérins sur la rampe de l'A400 pour assurer l'équilibre en fonction de la longueur du vérin

**Q 6. Déterminer** la raideur  $k$  du ressort et sa longueur à vide  $L_0$  de manière à obtenir une situation d'équilibre sur la plus grande plage de fonctionnement et en sachant que l'on a précontraint le ressort au montage avec une Force  $F_0=45 \text{ N}$ . **Préciser** votre démarche. (Il faut commencer par modéliser graphiquement les efforts sur un schéma du vérin pour pouvoir choisir la courbe appropriée et ainsi obtenir la pente qui correspond à la raideur nécessaire)

La figure 7 représente l'évolution du couple moteur dans un vérin lors des phases d'ouverture et de fermeture de la rampe.



**Figure 7 :** Evolution du couple moteur

**Q 7. Donner** le couple moteur maximal en phase d'ouverture puis en phase de fermeture à partir des éléments de la figure 7.

**I.C – Les caractéristiques numériques utiles de la motorisation et les hypothèses**

Pour toute la suite du devoir, nous adoptons les hypothèses suivantes :

- Le moment d'inertie de la rampe en rotation autour de l'axe  $(B, \vec{z}_0)$  est appelé J.
- Le poids des vérins est négligé devant le poids de la rampe.
- Le couple moteur au sein de chacun des vérins est noté  $C_m$ , la fréquence de rotation des moteurs est notée  $\omega_m$ .
- Les frottements internes aux moteurs sont modélisés par une composante de frottement visqueux se manifestant par un couple ramené à l'arbre moteur égal à  $-f.\omega_m$ .
- Les frottements dans la vis de chacun des vérins sont modélisés par un effort résistant de frottement sec de composante ramenée à la tige du vérin  $-F_{frott}$ .
- Le rapport de réduction du réducteur de chacun des vérins est noté  $\rho$  tel que :

$$\dot{\theta} = \rho \cdot \dot{\omega}_m \text{ avec } \rho = 3,45 \times 10^{-2} \text{ m, avec } L \text{ la longueur du vérin à un instant } t \text{ et } \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

L'équation mécanique traduisant le mouvement de la motorisation est issue d'une étude dynamique et énergétique que nous ne vous demanderons pas ici et nous nous contentons de vous en donner l'expression suivante :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} J \left( \frac{d\theta(t)}{dt} \right)^2 \right) + 2 \cdot f \cdot \omega_m(t)^2 + \frac{d\theta(t)}{dt} \cdot [Mg \cdot \lambda \cdot \cos(\theta_0 - \theta(t)) - 2 \cdot k \cdot (L(t) - L_0) \cdot c \cdot \sin(\alpha(t) - \theta(t))] = 2 \cdot (C_m(t) - F_{frott} \cdot \rho) \omega_m(t)$$

**II Réglage de la fonction sécurité des personnes**

La commande d'ouverture et de fermeture de la Rampe est assurée par un asservissement de position angulaire  $\theta$ . L'étude porte sur l'asservissement d'un seul vérin que nous appellerons « vérin maitre ».

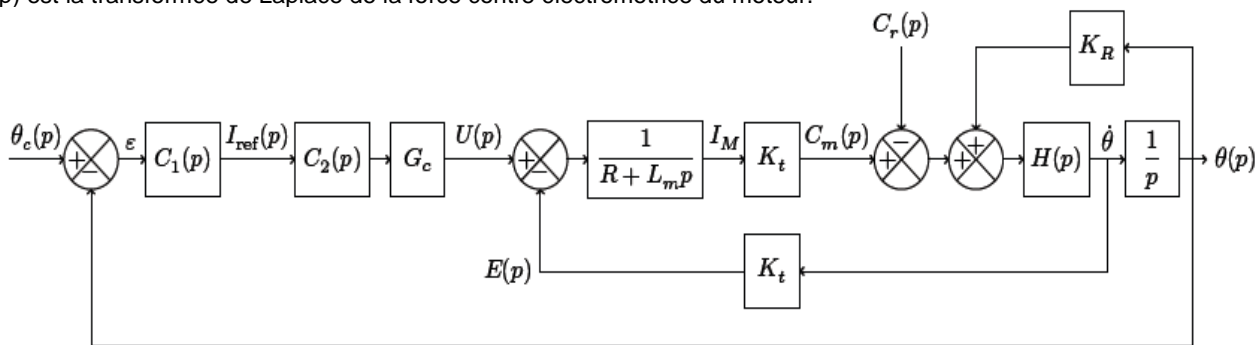
**Objectif :**

Montrer qu'un asservissement de position ne permet pas de satisfaire l'exigence de sécurité  
 Introduire une boucle de courant, puis choisir et valider une stratégie de commande permettant de garantir la sécurité des personnes.

**II.A – Insuffisance de l'asservissement de position seul**

La figure 8 représente la modélisation de la commande du moteur du vérin maitre de la rampe obtenue précédemment. L'actionneur est un moteur à courant continu à aimant permanent.

- $I_{ref}$  correspond à la consigne de courant du moteur.
- $I_m$  est le courant moteur.
- $E(p)$  est la transformée de Laplace de la force contre électromotrice du moteur.



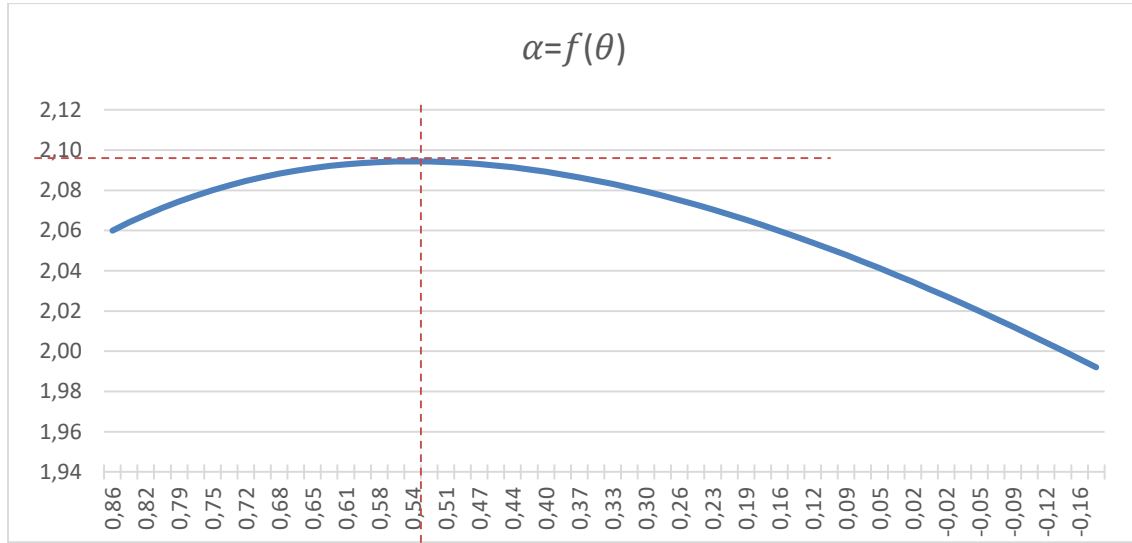
**Figure 8 : Modélisation de la commande du vérin maitre**

**Données :**

- résistance d'induit du moteur à courant continu :  $R = 2,4 \Omega$  ;
- inductance propre du moteur à courant continu :  $L_m = 15 \text{ mH}$  ;
- constante de couple :  $K_t = 9,5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$  ;
- gain du convertisseur :  $G_c = 24 \text{ V/rad}$ .

On linéarise le fonctionnement autour du point de fonctionnement  $\theta_0 = 30^\circ$ . Dans ce cas, le comportement de la chaîne cinématique a une forme linéarisée  $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$  dans laquelle  $G_0$  est constante et égale à  $1,4 \text{ m} \cdot \text{rad}^{-1}$ .

On donne ci-dessous l'évolution de la fonction  $\alpha = f(\theta)$  (angles en radians).



**Q 8. Montrer** que l'équation mécanique autour du point de fonctionnement  $\theta_0 = 30^\circ$  peut se linéariser sous la forme :

$$J_{eq} \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + f_{eq} \frac{d\theta(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t) + K_r\theta(t),$$

avec  $J_{eq}$ ,  $f_{eq}$ ,  $C_r$  et  $K_r$  que l'on déterminera en fonction des données du problème en utilisant les équations données au-dessus ( $L = G_0 \cdot \theta$  et  $\dot{L} = \rho \cdot \omega_m$ ), et en effectuant une approximation au 1<sup>er</sup> ordre. Vous pourrez **montrer** qu'au voisinage de  $\theta_0 = 30^\circ$ ;  $\cos(\theta_0 - \theta) \approx \sin(\alpha - \theta) \approx 1$

**Q 9. Montrer**, en tenant compte des données physiques d'entrée et de sortie (figure 8), que l'expression de la fonction H(p) est :

$$H(p) = \frac{1}{J_{eq}p + f_{eq}}$$

en précisant les expressions de  $J_{eq}$  et  $f_{eq}$  en fonction des données du problème (On ne demande pas d'application numérique).

On considère dans la suite les valeurs numériques suivantes :

$$\begin{cases} J_{eq} = 2,82. kg.m^2 \\ f_{eq} = 0,14N.m.s^{-1} \\ K_r = 0,01N.m \end{cases}$$

On suppose dans un premier temps  $C_1(p) = C_2(p) = 1$ .

**Q 10. Déterminer** l'expression de la FTBO(p) =  $\frac{\theta(p)}{\varepsilon(p)}$ . En **déduire** l'expression de la FTBF dans le cas avec  $C_1(p) = C_2(p) = 1$ .

**Q 11.** Le système est-il précis pour une consigne en échelon d'amplitude  $\theta_0$  et avec une perturbation nulle ( $C_r(p) = 0$ )?

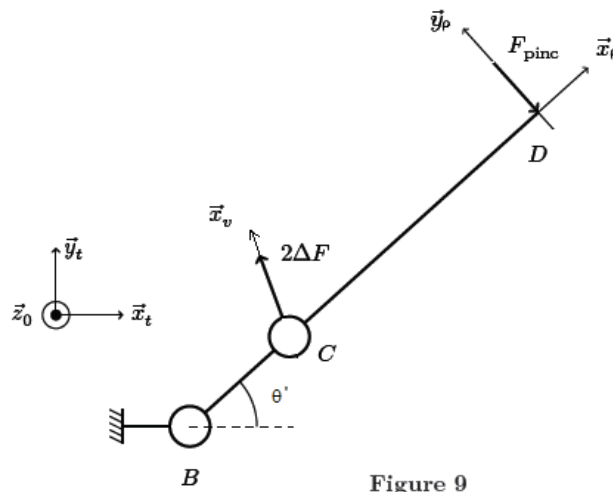
**La tension maximale délivrée par la batterie de l'avion est de 24 V.**

**Q 12.** Que se passe-t-il si un utilisateur se coince la main lors de la fermeture de la rampe? Que vaut dans ce cas  $\frac{d\theta}{dt}$  ? En déduire la valeur de l'intensité et du couple moteur dans ce cas. Nous allons désormais mettre en évidence que cette valeur est trop grande pour satisfaire le cahier des charges.

**II.B – Détermination du courant de pincement maximal**

On envisage la présence d'un obstacle empêchant la fermeture de la rampe. On modélise l'action de l'obstacle sur la rampe par un glisseur (force) s'appliquant en D et s'exprimant  $\vec{F}_{pinc} = F_{pinc} \cdot \vec{y}_p$  (voir figure 3 et figure 9).

**Q 13.** Quelle doit être la valeur maximale de  $F_{pinc}$  pour respecter le cahier des charges ?



On cherche à déterminer l'accroissement de couple moteur en cas de présence d'obstacle. On suppose ainsi que la rampe est en équilibre sous l'effet du poids et de l'action des vérins. On a donc  $\theta' = 8^\circ$  et  $\alpha = 165^\circ$ . On ajoute ainsi l'effort de pincement  $F_{pinc}$  en D, tel que  $-F_{pinc} \vec{y}_p$  et on cherche l'accroissement d'effort  $\Delta F \vec{x}_v$  qu'exercent chacun des vérins en C sur la rampe en la supposant en équilibre.

**Q 14.** En isolant la rampe (voir figure 9), **déterminer** l'expression littérale puis la valeur numérique de  $\Delta F$  l'accroissement de la force qu'exerce chacun des vérins sur la rampe. (Il faut appliquer la méthode du cours)

**Q 15.** En **déduire** la valeur numérique de l'accroissement  $\Delta C_m$  de couple moteur en fonction de la présence d'un obstacle (on supposera pour cela que le rendement de la transmission est unitaire ( $\eta=1$ ), c'est-à-dire que  $C_m \cdot \omega_m = \Delta F \cdot \frac{dL}{dt}$ ).

**Dans la suite on prendra comme accroissement de couple moteur en cas de pincement une valeur de 59 N.m**

**Q 16. Déterminer** l'intensité maximale du courant dans le moteur lors d'un pincement. L'asservissement en position précédent respecte-t-il le cahier des charges ?

**II.C – Contrôle du couple moteur**

Pour limiter le risque d'accident lié au pincement d'un utilisateur, il est nécessaire de limiter le couple du moteur à courant continu durant la phase de fermeture de la rampe. Le couple moteur étant proportionnel au courant, il faut que la commande du moteur dispose d'un contrôle du courant induit.

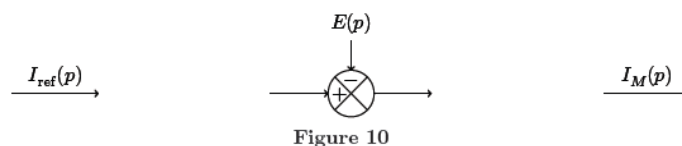
Cette fonction est assurée par une boucle de courant dans la commande du moteur.

**Objectif :**

Modéliser la structure de la boucle de courant, puis choisir et valider une stratégie de commande permettant de garantir la sécurité des personnes.

La variation de la vitesse de rotation du moteur à courant continu étant très lente devant la variation du courant dans le moteur, on peut considérer la force contreélectromotrice comme une perturbation pour la boucle de courant.

**Q 17.** À l'aide de la figure 8, reproduire et compléter sur votre copie le schéma bloc de la figure 10. Dans cette partie on considère  $C_2(p) = 1$ . Déterminer  $Im(p)$  sous la forme  $Im(p) = H_1(p)I_{ref}(p) + H_2(p)E(p)$ . Donner les expressions de  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$ . Préciser les éléments caractéristiques de la fonction de transfert  $H_1(p)$  ainsi que leurs valeurs numériques. Conclure quant au respect des critères de précision du cahier des charges.





Afin d'améliorer la réponse du système en vue de répondre au cahier des charges, on modifie la commande en réalisant une boucle de courant (voir figure 11). Le gain du capteur de courant  $K_i = 1$ . (et  $C_2(p)$  est toujours égal à 1).

**Q 18. Exprimer**  $H_i(p) = I_m(p) / H_{ref}(p)$  en fonction de  $K_i$  et de l'expression de  $H_1(p)$  trouvée à la question précédente. **Préciser** les éléments caractéristiques de cette fonction de transfert ainsi que leurs valeurs numériques.

Le système ainsi bouclé est-il stable ? **Tracer** l'allure de la réponse temporelle du courant dans le moteur, à un échelon unitaire de courant de consigne. **Comparer** la réponse du système ainsi asservi à la réponse du système non bouclé. **Conclure** quant au respect des critères de stabilité et de précision du cahier des charges. On prendra pour  $H_1$  :  $H_1(p) = \frac{10}{1+0,625.p}$ .

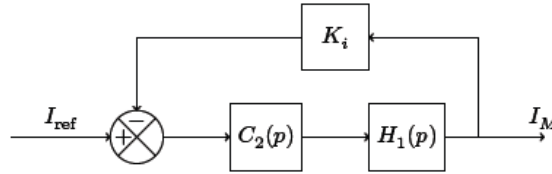


Figure 11 Boucle de courant

Afin de respecter le critère de précision imposé sur le couple de pincement de la Rampe, on utilise un correcteur comprenant une intégration et de fonction de transfert :  $C_2(p) = K_{pi} \frac{1+\tau_c p}{\tau_c p}$

**Q 19. Justifier** l'intérêt de ce correcteur. **Déterminer**  $\tau_c$  afin que la fonction de transfert en boucle ouverte de la boucle de courant corrigée puisse se mettre sous la forme  $H_{icBO}(p) = \frac{A_c}{\tau_c p}$ . **Déterminer**  $K_i$  afin que la constante de temps du système bouclé soit de 3 ms. Quel est l'intérêt d'avoir ainsi corrigé la boucle de courant ?