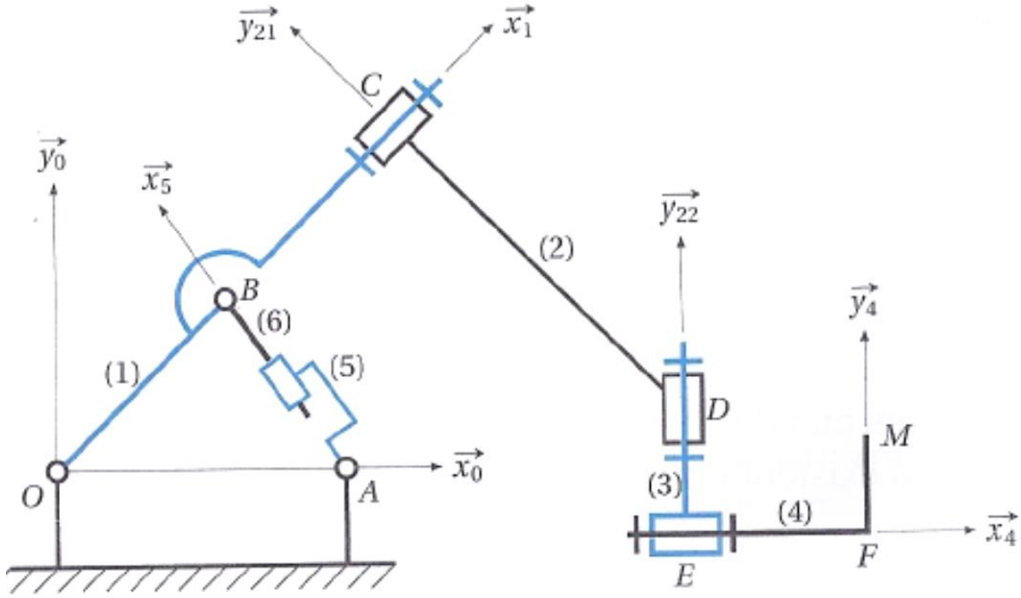
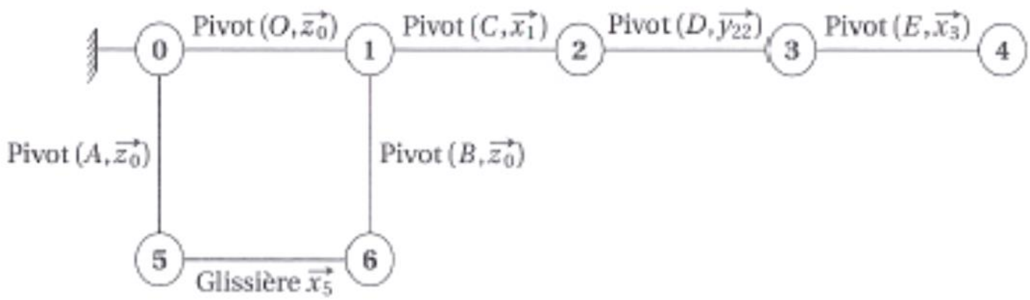


Question 2: *Réaliser le graphe des liaisons.*

Eléments de correction

Q1 et Q2



Question 3: *Écrire cette équation sous forme vectorielle en fonction de a, b et λ.*

Question 3

$\vec{OA}+\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{CD}+\vec{DE}+\vec{EF}+\vec{FM}=\vec{OM}$, on utilise les données de l'énoncé :

$\Leftrightarrow \boxed{a\vec{x_0}+\lambda\vec{x_5}-b\vec{x_1}+c\vec{x_1}-d\,\vec{y_{21}}-e\vec{y_{22}}+f\vec{x_3}+h\vec{y_4}=\vec{OM}}$

Question 4: *Écrire cette équation sous forme vectorielle en fonction de a, b et λ.*

Question 4

$\vec{OA}+\vec{AB}+\vec{BO}=\vec{0} \Leftrightarrow \boxed{a\vec{x_0}+\lambda\vec{x_5}-b\vec{x_1}=\vec{0}}$

Question 5: *Projeter l'expression obtenue sur les axes $\vec{x_0}$ et $\vec{y_0}$. Pour cela, exprimer d'abord $\vec{x_1}$ et $\vec{x_5}$ dans le repère Ro.*

Question 5

$a\vec{x_0} + \lambda\vec{x_5} - b\vec{x_1} = \vec{0}$

$\Longleftrightarrow a\vec{x_0} + \lambda(\cos(\theta)\vec{x_0} + \sin(\theta)\vec{y_0}) - b(\cos(\alpha)\vec{x_0} + \sin(\alpha)\vec{y_0}) = \vec{0}$

$\Longleftrightarrow \boxed{\vec{x_0}(a + \lambda\cos(\theta) - b\cos(\alpha)) + \vec{y_0}(\lambda\sin(\theta) - b\sin(\alpha)) = \vec{0}}$

Question 6: *Vérifier que l'on obtient alors le système de deux équations suivant :*

$$a + \lambda\cos\theta - b\cos\alpha = 0 \text{ et } \lambda\sin\theta - b\sin\alpha = 0$$

Question 6

$\vec{x_0}(a + \lambda\cos(\theta) - b\cos(\alpha)) + \vec{y_0}(\lambda\sin(\theta) - b\sin(\alpha)) = \vec{0}$ (E)

les coordonnées du vecteur $\vec{0}$ sont $(0, 0)$ qui vérifie $\vec{0} = \vec{x_0}\cdot 0 + \vec{y_0}\cdot 0$

donc pour vérifier l'égalité (E), il faut que :

$a + \lambda\cos(\theta) - b\cos(\alpha) = 0$ et $\lambda\sin(\theta) - b\sin(\alpha) = 0$

Question 7: *En déduire une relation entre* α et λ*, ne faisant pas intervenir* θ*. On se rappellera pour cela de la méthode classique faisant intervenir la relation de trigonométrie suivante* $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$.

Question 7

$\begin{cases} a + \lambda\cos(\theta) - b\cos(\alpha) = 0 & ① \\ \lambda\sin(\theta) - b\sin(\alpha) = 0 & ② \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \lambda\cos(\theta) = b\cos(\alpha) - a & ① \\ \lambda\sin(\theta) = b\sin(\alpha) & ② \end{cases}$

$①^2 + ②^2 = (\lambda\cos(\theta))^2 + (\lambda\sin(\theta))^2 = (b\cos(\alpha) - a)^2 + (b\sin(\alpha))^2$

$\Longleftrightarrow \lambda^2(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)) = (b\cos(\alpha) - a)^2 + (b\sin(\alpha))^2$

$\Longleftrightarrow \boxed{\lambda = \sqrt{(b\cos(\alpha) - a)^2 + (b\sin(\alpha))^2}}$

Question 8: *Vérifier que l'on obtient alors :* $\lambda = \sqrt{b^2 + a^2 - 2ab\cos\alpha}$

Question 8

$\lambda = \sqrt{(b\cos(\alpha) - a)^2 + (b\sin(\alpha))^2}$

$\Longleftrightarrow \lambda = \sqrt{b^2\cos^2(\alpha) - 2ab\cos(\alpha) + a^2 + b^2\sin^2(\alpha)}$

$\Longleftrightarrow \lambda \sqrt{b^2(\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)) - 2ab\cos(\alpha) + a^2}$

$\Longleftrightarrow \boxed{\lambda = \sqrt{b^2 + a^2 - 2ab\cos(\alpha)}}$

Question 9: *Sachant que la course du vérin* $\lambda \in [2.5, 4]$ *montrer que les minima et maxima de* α *sont 38.6° et 68°.*

Pour répondre à cette question il faudrait étudier le sens de variation de la fonction λ(α) en fonction de α. La fonction λ(α) est la composée de 3 fonctions f1(x) = Cos(x), f2(x) = A-Bx, et f3(x) = (x)^1/2

α |–> f1(α) |–> f2of1(α) |–> f3of2of1(α)

$\alpha \mapsto Cos(\alpha) \mapsto A - BCos(\alpha) \mapsto (A - BCos(\alpha))^{1/2}$

si $\alpha \in [0; \pi/2]$ la fonction $f_1(\alpha)$ est strictement décroissante et prend ses valeurs sur [0 ; 1] et la fonction $f_2(x)$ est strictement décroissante sur IR donc à fortiori sur [0 ; 1] et prend ses valeurs sur [A-B ; A] >0 ($A = a^2+b^2=25$ et $B=2ab=24$) donc f_3 est strictement croissante sur IR donc à fortiori sur [A-B ; A]= [1 ; 25].

Par composé de deux fonctions décroissantes et une croissante le tout est une fonction croissante.
Donc la fonction prend ses valeurs extrémales pour les valeurs extrêmes de λ.

Question 9

$\lambda \in [2.5 , 4]$, $a = 4m$, $b = 3m$

• Pour $\lambda_1 = 2,5$

$\lambda_1 = \sqrt{b^2 + a^2 - 2ab\cos(\alpha)}$

$\Leftrightarrow \lambda_1^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos(\alpha_1)$

$\Leftrightarrow \cos(\alpha_1) = \dfrac{\lambda_1^2 - b^2 - a^2}{-2ab}$

$\Leftrightarrow \alpha_1 = \arccos\left(\dfrac{\lambda_1^2 - b^2 - a^2}{-2ab}\right)$

$\Leftrightarrow \alpha_1 = \arccos\left(\dfrac{6,25 - 9 - 16}{-2 \times 12}\right)$

$\Leftrightarrow \boxed{\alpha_1 \simeq 38,6°}$

A justif

• Pour $\lambda_2 = 4$

De même, $\boxed{\alpha_2 \simeq 68°}$

Question 10: *En déduire la position maximale atteignable par le point B (projection de $\overrightarrow{OB}$ sur $\overrightarrow{y_0}$). Vérifier que cette hauteur est de 2.78 m.*

La valeur de la position maximale atteignable par le point B est sa hauteur maximale et il se trouve que c'est la projection du vecteur $\overrightarrow{OB}$ sur $\overrightarrow{y_0}$).
Comme $\overrightarrow{OB} = b\overrightarrow{x_1}$ donc $Y_B = \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{y_0} = b\overrightarrow{x_1}.\overrightarrow{y_0} = b\cos(\pi/2-\alpha) = b\sin(\alpha)$ et comme la fonction sin (α) est strictement croissante sur [0 ; $\pi/2$] donc $\boxed{Y_{Bmax} = b\sin(\alpha_{max})}$

$\boxed{AN : Y_{Bmax} = 3 \times \sin(68°) = 2,78 \text{ m}}$

Attention dans d'autres sujets le max peut être obtenu pour des valeurs minimales d'un angle…