

DEVOIR MAISON DE SCIENCES DE L'INGENIEUR (DM2)

Evaluation des cycles :

- Cycle2 : Modéliser et simuler le comportement cinématique d'un SA
- Cycle1 : Modéliser et analyser fonctionnellement et structurellement des systèmes asservis (SA)

Support :

Gyropode à usage professionnel HUBLEX



Les calculatrices sont autorisées ☺.

Consignes :

Il est fortement conseillé de **lire la totalité du sujet** avant de démarrer votre travail.

Ce sujet est accompagné d'un **document réponse à rendre avec la copie**.

L'utilisation du crayon papier est **interdite** sur la copie.

La rédaction des réponses sera **la plus concise possible** : on évitera de trop longs développements de calculs en laissant subsister les **articulations du raisonnement**.

Chaque réponse ne pourra se limiter à une suite d'expressions mathématiques sans justification.

On encadrera obligatoirement les résultats en vert.

Le non-respect de ces consignes entraînera des points de pénalisation.

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre son travail en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Présentation générale

Le système étudié dans ce sujet, appelé Hublex, est un gyropode professionnel destiné à faciliter le déplacement des collaborateurs au sein d'entreprises, administrations, hôpitaux... lorsque ces lieux sont de grandes tailles. La **figure 1** montre un exemple d'utilisation dans l'entrepôt d'une entreprise de logistique.

Il est en effet prouvé que les déplacements piétons sur les lieux de travail peuvent générer, s'ils sont répétitifs, des fatigues extrêmes ainsi que des troubles musculosquelettiques. Il n'est pas rare, par exemple, qu'au cours d'une journée, des employés marchent plusieurs kilomètres sur leur lieu de travail, parfois sous la forme de micro-déplacements. C'est dans ce contexte qu'a été conçu, en France, le Hublex.

Ce gyropode doit permettre de réduire la fatigue des collaborateurs afin d'augmenter leur bien-être. Sa particularité est d'avoir été spécifiquement créé pour s'intégrer dans un environnement de travail grâce à des caractéristiques techniques qui le différencient des gyropodes classiques :

- Prise en main en moins de 5 minutes.
- Maniabilité optimisée.
- Faible largeur, inférieure à 40 cm.
- Léger, moins de 12 kg.
- Utilisable 24 h/24 grâce à sa batterie interchangeable.

On peut voir, **figure 2**, une vue générale du produit. Les principales exigences du système sont présentées dans le diagramme d'exigences (voir **D6** du **document réponse**).

Description du produit

Le Hublex se caractérise par une conception originale alliant une structure et une motorisation à la fois épurées mais aussi très modernes (voir **figure 3**). Le châssis est constitué de pièces évidées et les roues sont sans moyeu (« hubless » en anglais). La liaison pivot entre chaque roue et le châssis est astucieusement réalisée par l'intermédiaire de liaisons quasi ponctuelles, ce qui permet de limiter le coût et la quantité de matière nécessaire à sa réalisation.

Chaque roue possède sa propre motorisation constituée d'une machine synchrone avec autopilotage permettant de s'affranchir de l'utilisation d'un réducteur. La transmission se résume à un galet directement lié à l'arbre moteur entraînant la roue (voir **figure 4**).



Figure 1 - Hublex en utilisation dans une entreprise de logistique



Figure 2 - Vue générale du Hublex



Figure 3 - Vue extérieure de la structure

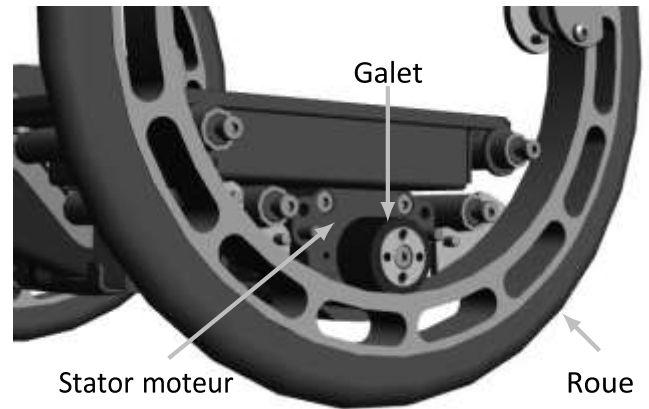


Figure 4 - Détail de la transmission par galet (sans croissant de guidage)

Principe de fonctionnement général

Les principaux composants constituant un Hublex sont rassemblés dans le diagramme de bloc interne (figure 5).

Le pilote commande la direction et la vitesse. Pour avancer ou reculer, il influe sur l'inclinaison du châssis du Hublex en se penchant en avant ou en arrière. Cette inclinaison, mesurée grâce à une centrale inertielle, correspond à une consigne d'accélération imposée par le pilote. Lorsqu'il se penche, l'équilibre de l'ensemble {Hublex + pilote} est assuré par le Hublex lui-même grâce à un asservissement visant à le redresser.

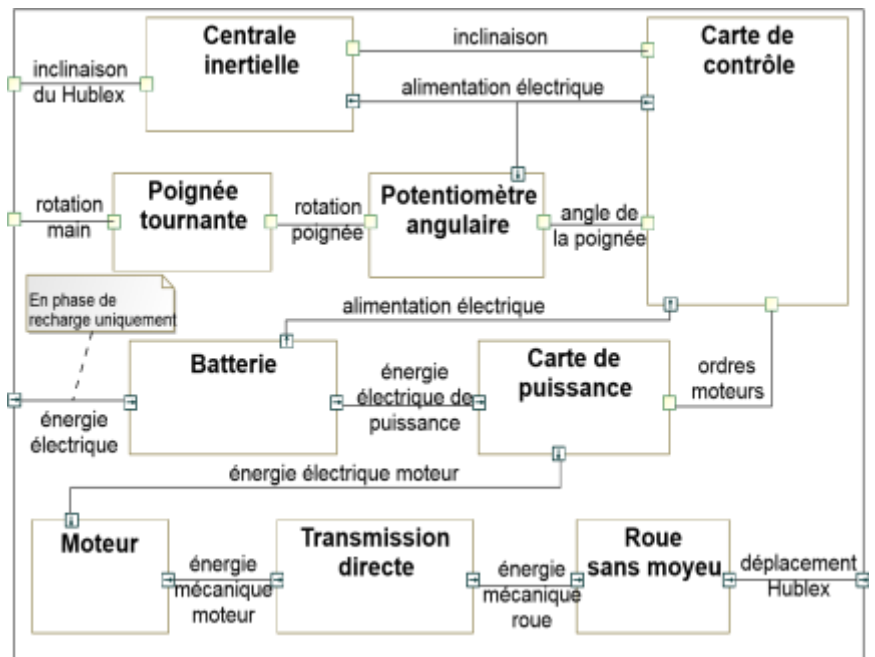


Figure 5 - Diagramme de bloc interne

La trajectoire du Hublex est, quant à elle, imposée par le pilote à l'aide d'une poignée située au bout du manche qu'il tourne en fonction de la direction souhaitée. Ainsi, la vitesse de chaque moteur est construite à partir de ces deux commandes. C'est la carte de contrôle qui génère la consigne d'intensité électrique imposée au moteur par l'intermédiaire d'un onduleur situé dans la carte de puissance.

Question 1. Compléter le schéma fonctionnel du DR1, en précisant le nom des composants associés aux fonctions, ainsi que le type de chaque flux (I pour information, E pour énergie, M pour matière). On y reportera uniquement les composants présents dans le diagramme de bloc interne (figure 5).

Partie I - Génération de la consigne des vitesses moteurs

Objectif : analyser le comportement cinématique du Hublex en virage et sur sol plat, afin d'obtenir la consigne de vitesse à imposer aux moteurs permettant de répondre notamment aux exigences «1.1.1» et « 1.4.3 ».

I.1 - Paramétrage du Hublex en trajectoire circulaire

Le Hublex dispose de deux moteurs permettant d'entraîner chaque roue indépendamment l'une de l'autre. Le mode de transmission utilisé est un mode direct par friction, de rapport $k = 0,092$, entre un galet solidaire de l'arbre moteur gauche 4 et la jante de la roue gauche 2. La transmission côté droit est identique. Les arbres moteurs gauche 4 et droit 5 ne sont pas représentés.

On note $\vec{V}(M \in S_i/R_j)$ la vitesse du point M dans le mouvement du solide S_i par rapport au repère

R_j . Le paramétrage est donné sur les **figures 6, 7 et 8**. On définit :

- Le repère $R_0 (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au sol 0.
- Le repère $R_1 (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ lié au châssis 1 du Hublex, avec O_1 le point situé au centre du châssis 1 et sur l'axe de rotation des roues tel que $\vec{V}(O_1 \in S_1/R_0) = V \vec{y}_1$.
- Le repère $R_2 (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié à la roue gauche 2, avec A le centre de la roue gauche.
- Le repère $R_3 (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ lié à la roue droite 3, avec B le centre de la roue droite.

On note le vecteur constant $\vec{AB} = L \vec{x}_1$ et R le rayon d'une roue.

On s'intéresse à une trajectoire du Hublex (châssis 1) par rapport au sol de type circulaire, de centre O_0 et de rayon de courbure r_c , telle que définie **figure 8**. Les roues sont en contact avec le sol au point I (pour la roue gauche 2) et au point J (pour la roue droite 3). On fera l'hypothèse de **roulement sans glissement** des roues sur le sol en ces points.

On définit :

- La position angulaire du châssis 1 par rapport au sol 0 par l'angle θ_{10} , autour de $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ tel que $\theta_{10} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.
- La position angulaire de la roue gauche 2 par rapport au châssis 1 par l'angle θ_{21} , autour de $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ tel que $\theta_{21} = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$.
- La position angulaire de la roue droite 3 par rapport au châssis 1 par l'angle θ_{31} , autour de $\vec{x}_1 = \vec{x}_3$ tel que $\theta_{31} = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{z}_1, \vec{z}_3)$

Question 2. Réaliser le graphe des liaisons de l'ensemble $S=\{0,1,2,3\}$

Question 3. Réaliser les figures géométrales de changement de base en faisant bien apparaître la troisième direction.

On note :

- Les vitesses angulaires associées : $\omega_{10} = \frac{d\theta_{10}}{dt}$, $\omega_{21} = \frac{d\theta_{21}}{dt}$ et $\omega_{31} = \frac{d\theta_{31}}{dt}$

La vitesse de rotation de l'arbre moteur gauche 4 (respectivement arbre moteur droit 5), non représenté sur les figures, par rapport au châssis 1 par ω_{41} (respectivement ω_{51}).

I.2 - Étude de la cinématique pour une trajectoire circulaire

Question 4. Calculer la vitesse \vec{V} ($I \in S_2/R_1$) en fonction de R et de ω_{21}

Question 5. Par analogie et sans démonstration en **déduire** la vitesse \vec{V} ($J \in S_3/R_1$) en fonction de R et de ω_{31}

Question 6. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement au point I (cf cours), **établir** la vitesse \vec{V} ($A \in S_2/R_0$), puis en déduire \vec{V} ($A \in S_1/R_0$),

Question 7. Par analogie **établir** \vec{V} ($B \in S_3/R_0$), puis en déduire \vec{V} ($B \in S_1/R_0$),

Question 8. Donner après démonstration la relation entre V , r_c et la vitesse de rotation ω_{10} .

Question 9. A l'aide d'une formule du cours en **déduire** une relation entre \vec{V} ($O_1 \in S_1/R_0$) et \vec{V} ($A \in S_1/R_0$)

Question 10. **Etablir** la relation entre V , ω_{10} , ω_{21} et les constantes L et R .

Question 11. Par analogie en **déduire** une relation entre \vec{V} ($O_1 \in S_1/R_0$) et \vec{V} ($B \in S_1/R_0$)

Question 12. Toujours par analogie **Etablir** la relation entre V , ω_{10} , ω_{31} et les constantes L et R .

Question 13. En **déduire** l'expression de la vitesse de rotation du moteur gauche ω_{41} en fonction de V , ω_{10} , du rapport de transmission k et d'autres paramètres géométriques.

Question 14. En **déduire** la relation entre V , ω_{10} et la vitesse de rotation du moteur droit ω_{51} . Pouvez-vous **affirmer** que le mouvement du Hublex sera circulaire et pourquoi ?

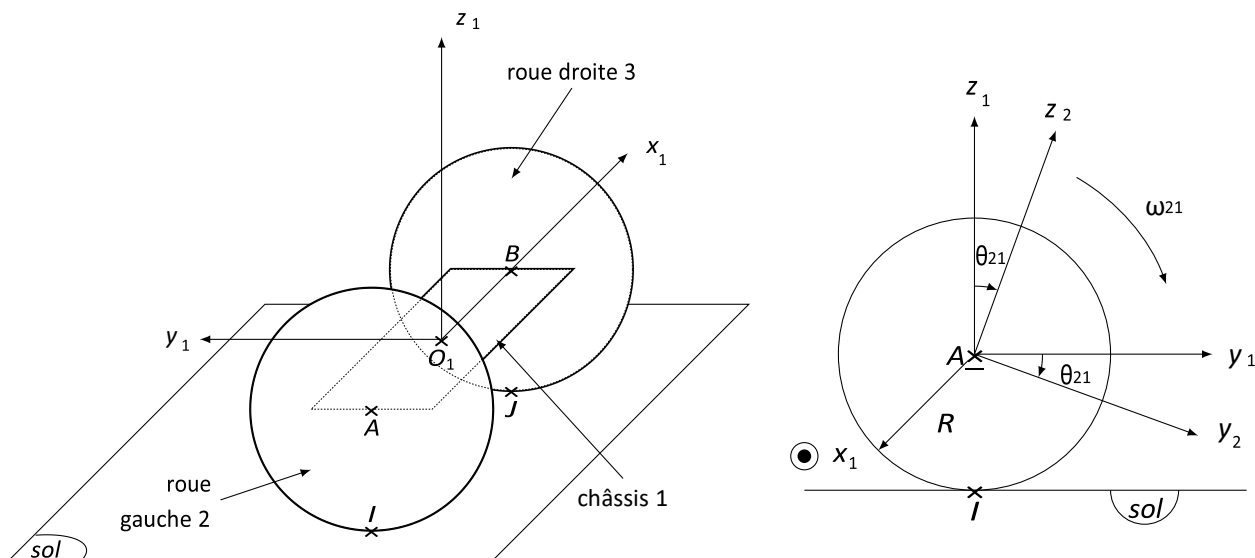
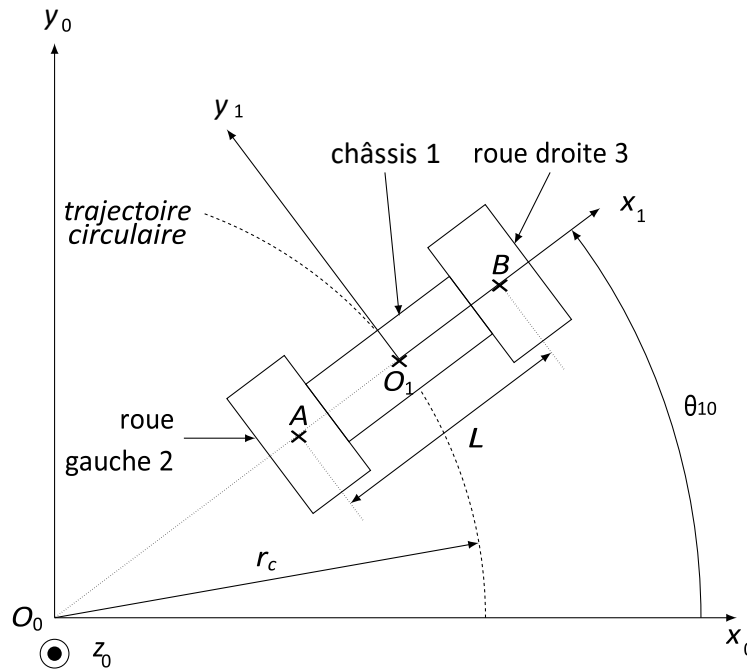


Figure 7 - Paramétrage de la roue

Figure 6 - Paramétrage du Hublex en perspective gauche 2**Figure 8 - Hublex dans une trajectoire circulaire**

I.3 - Génération de la consigne de taux de rotation

La vitesse angulaire à imposer aux moteurs dépend donc de deux consignes fournies par le pilote : une consigne de vitesse V_c générée à partir de l'inclinaison du gyropode et une consigne de taux de rotation ω_{10c} obtenue en tournant la poignée d'un angle δ au niveau du manche et mesurée par un potentiomètre angulaire numérique.

Pour recueillir la consigne de virage imposée par le pilote, on utilise un potentiomètre numérique ayant 360° d'amplitude et fournissant une image de la position angulaire de la poignée sous forme d'un mot binaire de 10 bits. La rotation de la poignée est mécaniquement bloquée entre les angles -45° et $+45^\circ$. L'absence de rotation de la poignée (i.e. $\delta = 0^\circ$) correspond au mot binaire valant 0 qui représente une consigne de trajectoire rectiligne.

Question 15. Donner la résolution de ce capteur, c'est-à-dire sa précision angulaire.

Question 16. Donner le nombre de positions effectivement mesurables avec la poignée du Hublex, ainsi que la plage des valeurs centrée autour de 0.

Pour des raisons de sécurité et de confort, l'exigence « 1.4.3 » impose que l'accélération centrifuge dans un virage soit limitée à $a_{fmax} = 0,5 g$, avec $g = 9,81\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ l'accélération de la pesanteur. Cette accélération centrifuge est définie par le rapport $a_f = \frac{V^2}{r_c}$.

Question 17. Établir la relation entre a_f , V et ω_{10} . En déduire la valeur maximale ω_{10max} du taux de rotation admissible satisfaisant l'exigence « 1.4 » et ses sous-exigences.

On considère que la valeur ω_{10max} est associée à un rayon de courbure minimal atteint lorsque $\delta = 45^\circ$ (poignée tournée au maximum) et que le rayon de courbure maximal est obtenu pour $\delta = 0^\circ$ (poignée au centre). En choisissant un modèle de proportionnalité inverse, on obtient les deux relations suivantes (1 & 2) reliant les consignes de vitesse des deux moteurs à la consigne fournie par le pilote en se penchant (liée à V) et à la consigne issue de la poignée (liée à δ) :

$$V - L \frac{g\delta}{V\pi} = -Rk\omega_{41}, \quad (1)$$

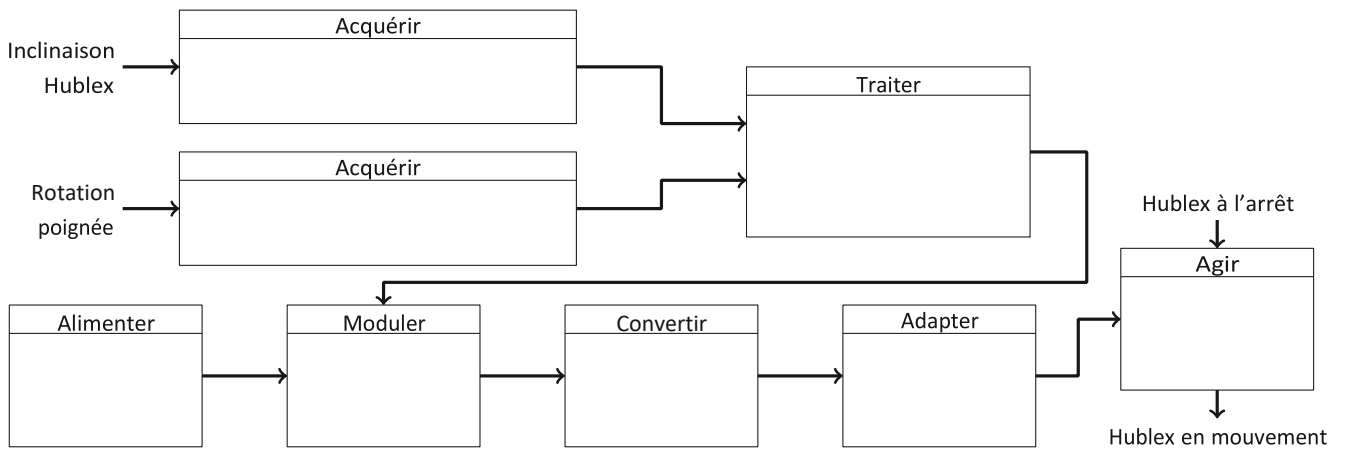
$$V + L \frac{g\delta}{V\pi} = -Rk\omega_{51}. \quad (2)$$

Question 18. Compléter le schéma bloc du DR2, représentant la génération des commandes des deux moteurs à partir des consignes données par le pilote permettant de respecter l'exigence «1.1.1» notamment.

Question 19. En déduire la relation entre les deux vitesses de rotation des deux moteurs en fonction de la consigne de virage.

DOCUMENT RÉPONSE

DR1 - Schéma fonctionnel du Hublex Q1.



DR2 - Schéma bloc de la génération des consignes

