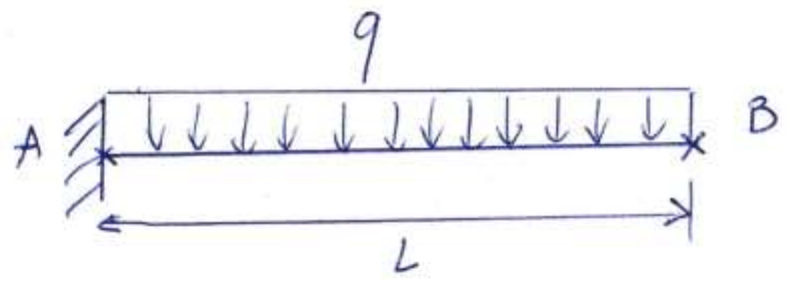
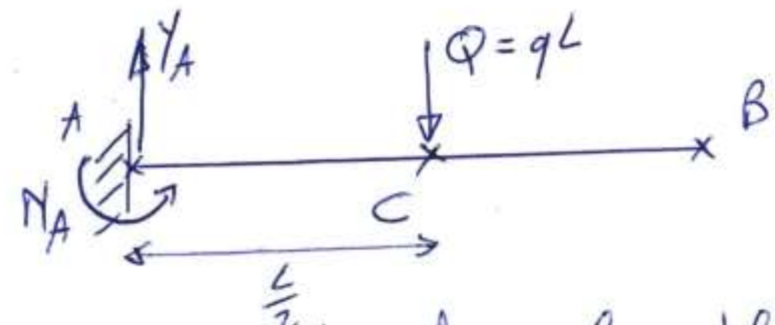
Etude 1

①



⇒

②



L'Etude de la poutre dans la situation ① nous amène à transformer le problème en étude d'une poutre soumise à une charge ponctuelle Q appliquée en C $\left(\frac{L}{2}\right)$

BAME sur la poutre cas ②:

en A : $\left\{ \mathcal{T}_{ext/A} \right\}_A = {}_A\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & M_A \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ avec $\vec{AC}\begin{pmatrix} \frac{L}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

en C : $\left\{ \mathcal{T}_{ext/C} \right\}_C = {}_C\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -qL & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}\vec{y}\vec{z})}$ on transporte ce torseur en A ⇒

$$\left\{ \mathcal{T}_{ext/C} \right\}_A = {}_A\begin{bmatrix} 0 & \\ -qL & \vec{AC} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -qL \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 & \end{bmatrix}_{(\vec{x}\vec{y}\vec{z})}$$

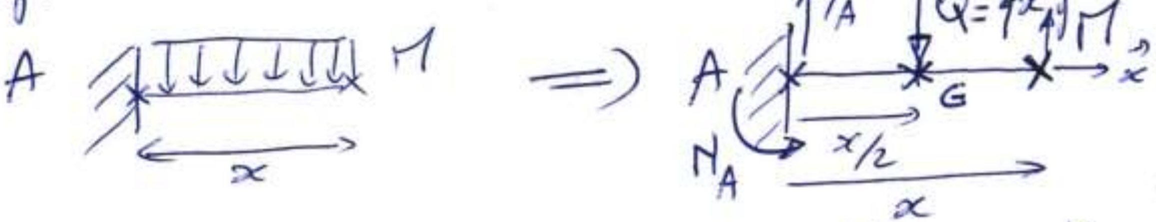
$$= {}_A\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -qL & 0 \\ 0 & -\frac{qL^2}{2} \end{bmatrix}_{(\vec{x}\vec{y}\vec{z})}$$

$\underline{\text{PFS}}$: La poutre est en équilibre $\Leftrightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \\ \sum \vec{\mathcal{M}}_A = \vec{0} \end{cases}$

$$\begin{cases} Y_A - qL = 0 \\ M_A - q\frac{L^2}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y_A = qL \\ M_A = q\frac{L^2}{2} \end{cases}$$

Calcul des éléments de réduction du torseur de cohésion.

Coupure entre A et B c'est à dire $x \in [0 ; L]$



en M $\left\{\mathcal{T}_{cohésion}\right\}_M = {}_M\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & M_{fz} \end{bmatrix}$

Calcul des torseurs des actions extérieures transportés en M :

en A : $\left\{\mathcal{T}_{ext/A}\right\}_A = {}_A\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ qL & 0 \\ 0 & q\frac{L^2}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow$ transport en M : $\left\{\mathcal{T}_{ext/A}\right\}_M = \left[\begin{matrix} 0 \\ qL \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ q\frac{L^2}{2} \end{pmatrix} + \vec{MA} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ qL \\ 0 \end{pmatrix}\right]$

avec $\vec{MA} \begin{pmatrix} -x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$= {}_M\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ qL & 0 \\ 0 & q\frac{L^2}{2} - qLx \end{bmatrix}_{(M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

en G : $\left\{\mathcal{T}_{ext/G}\right\}_G = {}_G\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -qx & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$ $\Rightarrow$ transport en M : $\left\{\mathcal{T}_{ext/G}\right\}_M = {}_M\begin{bmatrix} 0 & \\ -qx & \vec{MG} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -qx \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 & \end{bmatrix}$

avec $\vec{MG}\begin{pmatrix} -x/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$= {}_M\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -qx & 0 \\ 0 & q\frac{x^2}{2} \end{bmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$$

Donc $\left\{\mathcal{T}_{cohésion}\right\}_M = -\left\{\mathcal{T}_{Ext/\text{Partie de gauche}}\right\}_M = -\left[\left\{\mathcal{T}_{ext/A}\right\}_M + \left\{\mathcal{T}_{ext/G}\right\}_M\right]$

$$= -{}_M\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ +q(L-x) & 0 \\ 0 & q\frac{x^2}{2} - qLx + q\frac{L^2}{2} \end{bmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ q(x-L) & 0 \\ 0 & -q\frac{x^2}{2} + qLx - q\frac{L^2}{2} \end{bmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$$

Diagramme de l'effort tranchant

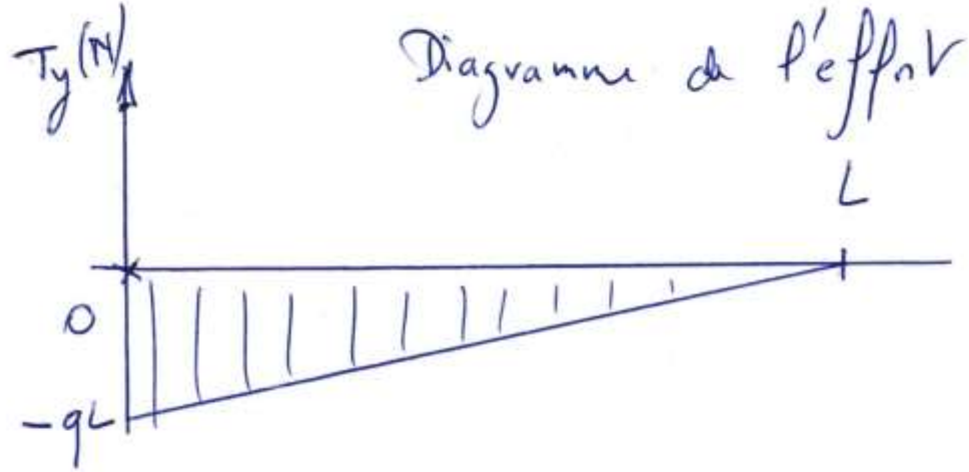


Diagramme du Moment fléchissant.