CPGE PCSI 1ère Année

SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGENIEUR

C04_TD 123

Modéliser en SLCI par une fonction de transfert et identifier son modèle de comportement.

C04

2019-2020

Lycée René Cassin

Sommaire

TD1 : Fonction de transfert d'un SLCI, stabilité et valeur finale

Exercice 1.1 : DÉTERMINER UNE FONCTION DE TRANSFERT SOUS FORME CANONIQUE

Q1 : Déterminer sous forme canonique, les fonctions de transfert des systèmes modélisés par les équations différentielles ci-dessous. En déduire pour chacune le gain statique, la classe et l'ordre du système. Indiquer si le modèle est stable.

a. $s(t)=8\,e(t)$

b. $7\dfrac{ds(t)}{dt}+3s(t)=5e(t)$

c. $5\dfrac{d^2s(t)}{dt^2}+4\dfrac{ds(t)}{dt}+7s(t)=3\dfrac{de(t)}{dt}+2e(t)$

d. $M\dfrac{d^2s(t)}{dt^2}=-f\dfrac{ds(t)}{dt}+i\,e(t)$

e. $\dfrac{d^3s(t)}{dt^3}+7\dfrac{d^2s(t)}{dt^2}+12\dfrac{d\,s(t)}{dt}+90s(t)=2\dfrac{d^2e(t)}{dt^2}+5e(t)$

Q2 : Si cela est possible, déterminer la valeur finale de la réponse à un échelon d'amplitude E_0 de chaque fonction de transfert.

Exercice 1.2 : FOUR ÉLECTRIQUE

La modélisation (équation thermique) d'un four thermique est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$2\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}+6\alpha\frac{d\theta(t)}{dt}+4\alpha^2\,\theta(t)=K\,u(t)$$

où : $u(t)$ représente la tension d'alimentation de la résistance
$\theta(t)$ représente la température du four
α et K sont des constantes réelles, positive pour K.

On suppose que les conditions initiales sont nulles : $\theta(0)=\dot{\theta}(0)=0$.

Q1 : Déterminer la transformée de Laplace de l'équation précédente. En déduire $\Theta(p)$ en fonction de $U(p)$, puis la fonction de transfert $H(p)$ du système sous forme canonique. Sous quelle condition le modèle est-il stable ?

Q2 : Sachant que $u(t)$ est un échelon d'amplitude U_0, donner l'expression de $u(t)$ puis $U(p)$.

Q3 : En déduire $\Theta(p)$ en fonction des constantes α, K et E_c.

Q4 : Déterminer la variation finale de la réponse si elle existe.

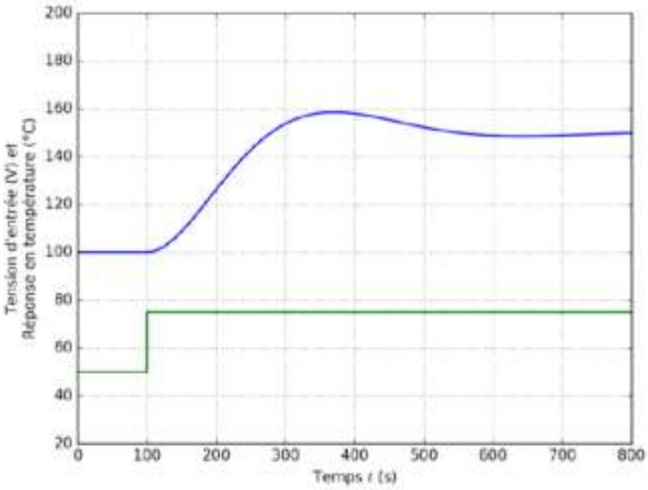
Considérons la situation suivante :

Pour une tension d'alimentation de la résistance du four de 50 V, la température est stabilisée à 100°C.

La tension d'alimentation passe 75 V à l'instant t=100 s. Le relevé de la température est donné figure ci-dessous.

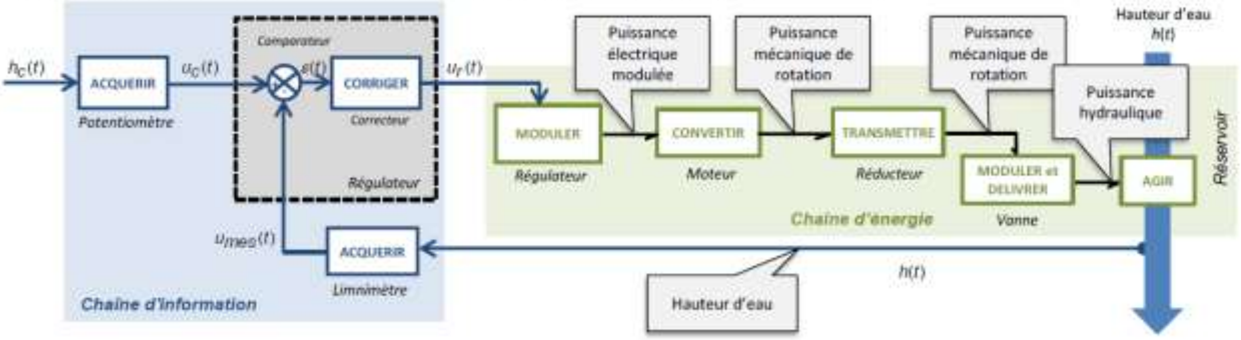
Q5 : Sur la courbe ci-contre, ou retrouve-t-on l'échelon U_0 et la valeur calculée à la question précédente ?

Q6 : Quelle relation doivent vérifier U_0, K et α afin que le modèle corresponde aux résultats expérimentaux.



Exercice 1.3 : SYSTÈME RAMSES

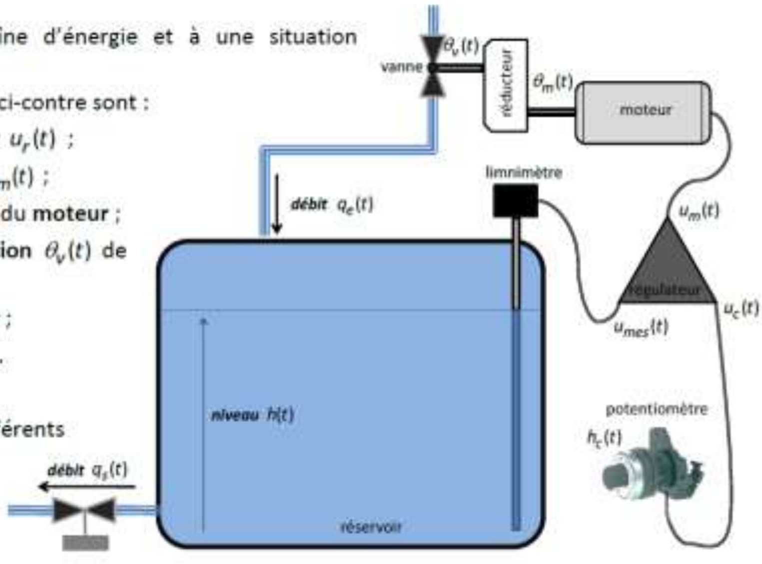
Le système RAMSES est un système anti-inondations performant. Il comprend un bassin enterré d'une contenance de 10 000 m³ dont le niveau d'eau est asservi suivant la structure fonctionnelle ci-dessous :



On s'intéresse à la modélisation de la chaîne d'énergie et à une situation dans laquelle le réservoir est fermé en sortie..

Les variables utiles, représentées sur le schéma ci-contre sont :

- la **tension de commande** du régulateur $u_r(t)$;
- la **tension d'alimentation** du moteur $u_m(t)$;
- la **vitesse de rotation** $\omega_m(t)$ de l'arbre du **moteur** ;
- la **vitesse de rotation** $\omega_v(t)$ et la **position** $\theta_v(t)$ de l'arbre de sortie du **réducteur** ;
- le **débit entrant** $q_e(t)$ dans le réservoir ;
- la **hauteur d'eau** $h(t)$ dans le réservoir.

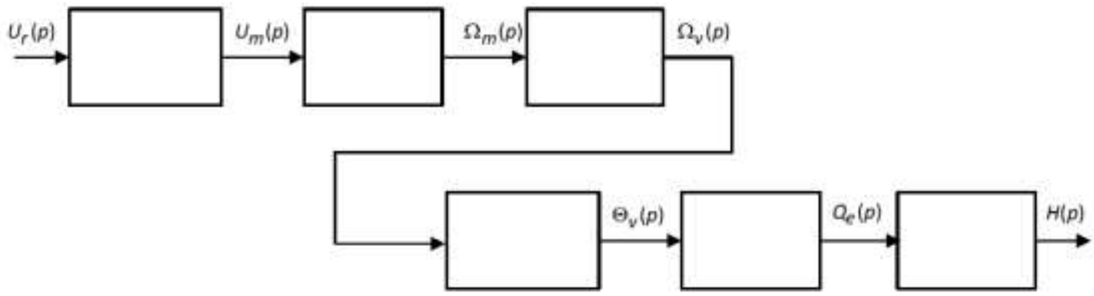


Les modèles de connaissance des différents composants sont définis ainsi :

- **régulateur :** $u_m(t) = K_r\, u_r(t)$
- **moteur :** $\tau.\dfrac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K_m.u_m(t)$
- **réducteur** de rapport de transmission r (r>1)
- **vanne :** $q_e(t) = K_v\, \theta_v(t)$ avec $\omega_v(t) = \dfrac{d\theta_v(t)}{dt}$
- **réservoir** fermé : $q_e(t) = S.\dfrac{dh(t)}{dt}$

On suppose les conditions de Heaviside vérifiées.

Q1 : Déterminer les fonctions de transfert des différents blocs et compléter le schéma ci-dessous en indiquant, dans chaque bloc, la fonction de transfert associée.



Q2 : Déterminer la fonction de transfert $\dfrac{H(p)}{U_r(p)}$ sous forme canonique. Indiquer le gain, l'ordre et la classe.

Q3 : Déterminer la valeur finale de la hauteur d'eau pour une entrée en échelon de la tension de commande $u_r(t)$ d'amplitude U_0. Ce comportement était-il prévisible ?

TD2: Identifier un modèle de comportement du premier ordre

Exercice 2.1 : MOTEUR D'UN SYSTÈME D'HÉMODIALYSE

Le rôle d'un rein est de séparer les toxines du sang, afin de les éliminer.

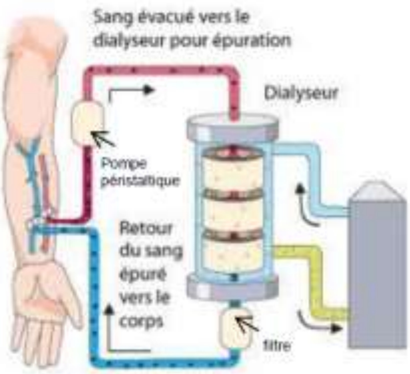
En cas d'insuffisance rénale, il faut donc purifier le sang par d'autres moyens, tels que l'hémodialyse ou la transplantation rénale.

Dans le cas de l'hémodialyse, un traitement **extracorporel** du sang est réalisé à l'aide d'un rein artificiel appelé dialyseur.

Dans le dialyseur circule deux circuits séparés par une membrane poreuse (voir schéma ci-dessous).

L'un d'entre eux est parcouru par le sang, et l'autre est parcouru à contre-courant par le dialysat (liquide de dialyse).

Dans le circuit « sang » extracorporel, le sang est acheminé vers le dialyseur grâce à une pompe péristaltique (objet de notre étude).



On s'intéresse au moteur entraînant la pompe péristaltique. Sa fonction de transfert est : $\left.\dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}\right|_{Cr(p)=0} = \dfrac{1200}{100+p}$

$u_m(t)$ est la tension de commande en V du moteur et $\omega_m(t)$ la vitesse angulaire de l'axe du moteur en rad/s.

Q1 : Déterminer les performances en stabilité et rapidité de ce système.

Q2 : Tracer en faisant apparaître les points caractéristiques, l'allure de la sortie $\omega_m(t)$ pour une entrée en échelon d'amplitude $U_0 = 7$ V.

Remarque : pour répondre à cette question, il n'est pas demandé de déterminer $\omega_m(t)$.

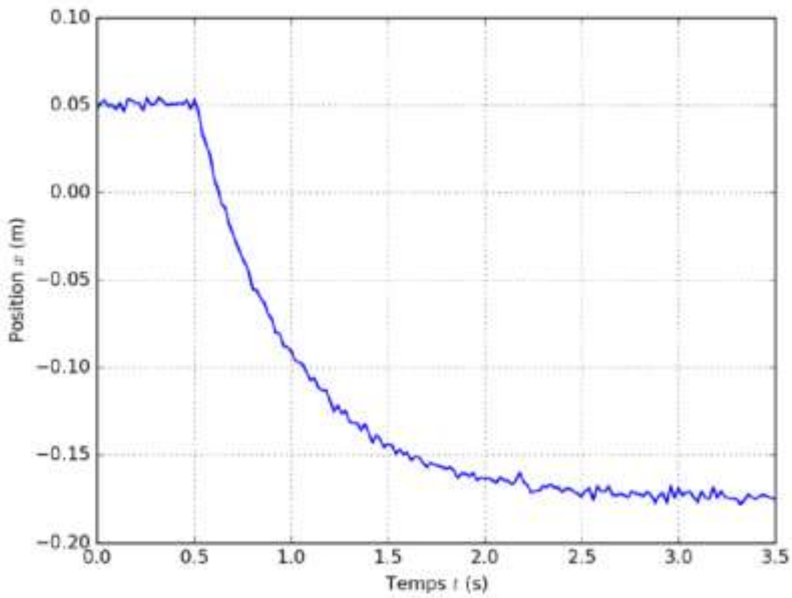
Exercice 2.2 : POSITIONNEMENT LINÉAIRE D'UN ROBOT

Le test, avant réglage de la commande, d'un axe linéaire de robot donne la réponse ci-dessous.

Le signal d'entrée est un échelon de tension d'amplitude +1,5 V débutant à l'instant *t*=0,5 s.

La réponse est la position du chariot sur l'axe linéaire.

Q1 : Proposer un modèle de comportement de cet axe.

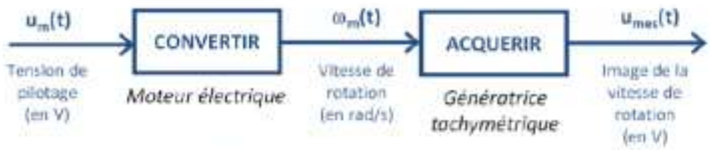


Exercice 2.3 : **CAPTEUR DE VITESSE DE LA PLATE-FORME 6 AXES**

Les plates-formes mobiles, qui font partie des robots dits « parallèles », sont des systèmes constitués d'un plateau mis en mouvement par 6 vérins électriques ou hydrauliques.

Elles sont principalement utilisées dans le domaine aéronautique pour réaliser des simulateurs de vol d'avions ou d'engins spatiaux.

On s'intéresse au système constitué du moteur et du capteur de vitesse (**génératrice tachymétrique**), d'un axe de la plate-forme du laboratoire.



Le moteur est modélisé par la fonction de transfert : $\dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \dfrac{131}{50+p}$

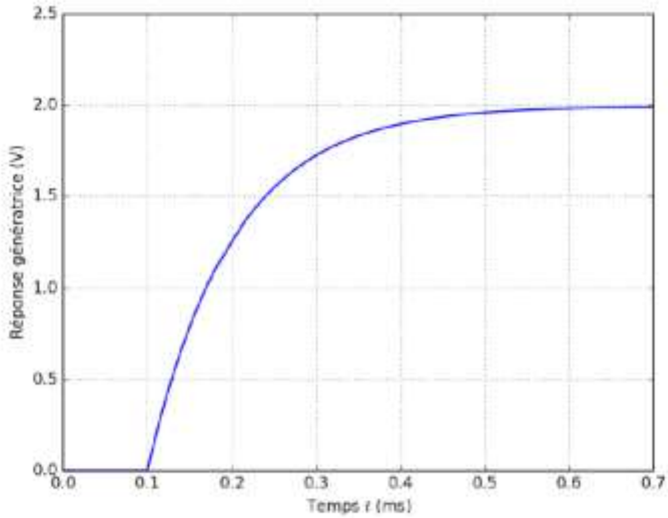
Q1 : Déterminer les performances de stabilité et rapidité du moteur.

Lorsque le moteur tourne à vitesse constante (10,5 rad/s), on ferme un interrupteur situé à l'entrée du capteur de vitesse. On soumet ainsi le capteur à un échelon de consigne d'amplitude 10,5 rad/s. L'enregistrement de la **réponse du capteur** en tension est donné ci-contre.

Q2 : Indiquer l'ordre du système auquel le capteur peut être identifié. Justifier.

Q3 : Déterminer ses paramètres caractéristiques ainsi que sa fonction de transfert.

Q4 : Après avoir comparé les constantes de temps du moteur et du capteur, justifier que le capteur puisse être assimilé à un gain pur.



Q5 : En déduire la fonction de transfert de l'ensemble moteur + capteur.

Q6 : En utilisant le modèle ainsi défini, tracer les tensions d'entrée et de réponse pour une entrée définie ainsi :

- à t=0,1 s, échelon de tension de 6V ;
- à t=0,2s s, échelon de tension de -3V. La tension finale est donc de 3V.

TD3: Identifier un modèle de comportement du deuxième ordre

Exercice 3.1 : CAMÉRA

La camera PTZ étanche IP68 ZOOM 28X existe en 2 versions, noir et camouflage Otan.

Elle est dotée d'un socle aimanté ce qui permet de la positionner sur un véhicule.

Elle est asservie en position angulaire à l'aide de deux moteurs à courant continu.

Le comportement du moteur permettant l'orientation suivant l'axe vertical, est modélisé par la fonction de transfert :

$$\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)}=\frac{9800}{10000+600p+35p^2}$$

$\theta_c(t)$ est l'angle de consigne en ° par rapport au plan horizontal ;

$\theta(t)$ est l'angle atteint en ° par rapport au plan horizontal.

Question 1 : Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce système (mettre sous forme canonique, déterminer ω_0 puis z).

Question 2 : En déduire, si sa réponse à un échelon est non oscillatoire ou oscillatoire amortie. Si nécessaire, indiquer la valeur de la pseudo-période notée T_a.

Question 3 : Calculer le temps de réponse à 5 % de ce système soumis à une entrée de type échelon.

On soumet le système à une entrée en échelon $\theta_c(t)=20°$

Question 4 : Donner, dans ce cas, le nombre de dépassements d'amplitude supérieure à 1% de la réponse $\theta(t)$. Indiquer, pour chacun d'eux, leur valeur relative et leur valeur absolue.

Question 5 : Tracer l'allure de la réponse $\theta(t)$ en précisant les points caractéristiques.

Exercice 3.2 : RÉPONSE D'UN ASSERVISSEMENT ANGULAIRE

Un axe asservi en rotation d'un robot est soumis à un échelon de consigne $\theta_c(t)$ de 5° à l'instant t=0.

La réponse $\theta(t)$, mesurée par le capteur de position angulaire de l'axe est tracée ci-après.

Question 6 : Déterminer les performances de rapidité et de stabilité (pour les 2 premiers dépassements relatifs) de la réponse expérimentale.

Question 7 : Déterminer un modèle de comportement de cet asservissement à partir de la valeur finale et du premier dépassement.

Question 8 : Déterminer les performances de rapidité et de stabilité du modèle de comportement. D'où peuvent provenir les écarts constatés ?

ÉLÉMENTS DE RÉPONSE

TD1

1.2 Four électrique

Q1 : $H(p)=\dfrac{\Theta(p)}{U(p)}=\dfrac{K}{4\alpha^2}\dfrac{1}{1+\dfrac{3}{2\alpha}p+\dfrac{1}{2\alpha^2}p^2}$

Q2 : $U(p)=\dfrac{U_0}{p}$

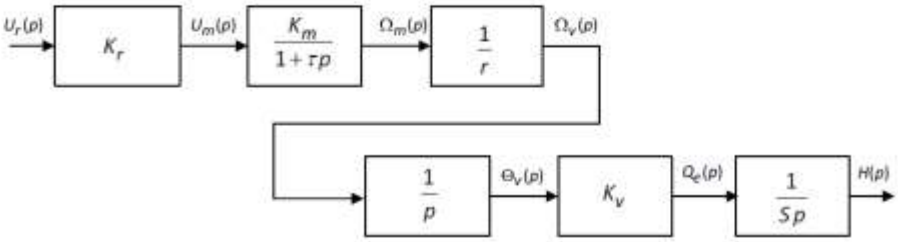
Q3 : $\Theta(p)=\dfrac{K\cdot U_0}{(2\cdot p^2+6\alpha\cdot p+4\alpha^2)\cdot p}$

Q4 : $\Delta s(+\infty)=\dfrac{K}{4\alpha^2}U_0$

Q6 : il faut $\dfrac{K}{4\alpha^2}=\dfrac{\Delta s_{\exp}(+\infty)}{E_c}=\dfrac{50}{25}$

1.3 Système Ramses

Q1 :



Q2 : $\dfrac{H(p)}{U_r(p)}=\dfrac{K_r K_m K_v}{r S}\dfrac{1}{p^2}\dfrac{1}{(1+\tau p)}$

TD2

2.2 Positionnement linéaire d'un robot Q1 : $H(p)=\dfrac{-0{,}15}{1+0{,}5\,p}$

2.3 Capteur de vitesse de la plate-forme 6 axes

Q1 : $\dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\dfrac{2{,}62}{1+0{,}02\,p}$

Q3 : $H_{capteur}(p)=\dfrac{0{,}19}{1+0{,}0001\,p}$

Q4 : régime transitoire du capteur négligeable devant celui du moteur.

Q5 : $\dfrac{U_{mes}(p)}{U_m(p)}=\dfrac{0{,}5}{1+0{,}02\,p}$

TD3

3.1 Caméra

Q1 : $K=0{,}98 \quad \omega_0=16{,}9\ rad/s \quad z=0{,}51$

Q2 : $T_a=0{,}43\,s$

Q3 : $t_{r5\%}=0{,}31\,s$

Q4 : $D_1=2{,}9°, D_2=0{,}4°$

3.2 Réponse d'un asservissement angulaire

Q1 : $D_{1\%}=20\%$, $D_{2\%}=3{,}5\%$, $t_{r5\%}=0{,}16\,s$

Q2 : $K=0{,}9 \quad z\approx 0{,}45-0{,}46 \quad T_a\approx 0{,}24s \Rightarrow \omega_0=29{,}5$ rad/s

Q3 : $D_{2\%}=4\%$ à l'instant $t_2=T_a=0{,}24\,s \quad t_{r5\%}=0{,}17s$

3.3 Identification d'un modèle de comportement

Q1 : $K=0{,}82 \quad z=0{,}3 \quad \omega_0=13$ rad/s , $H_1(p)=\dfrac{0{,}8}{1+0{,}046\,p+0{,}006.p^2}$

Q2 : $H_2(p)=\dfrac{0{,}9}{1+0{,}1\,p+0{,}01\,p^2}$

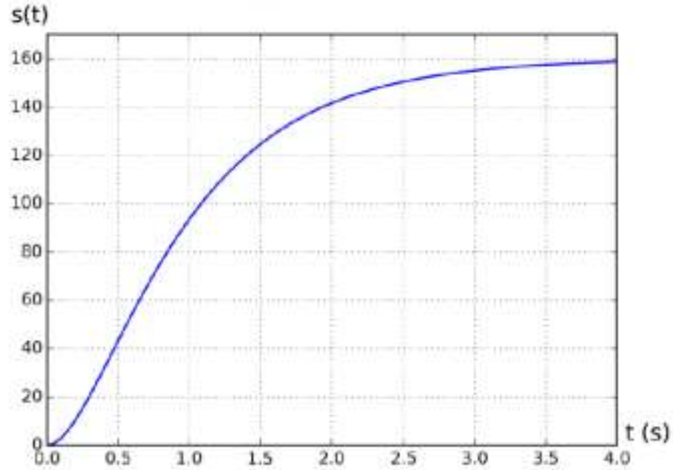
3.4 Identification d'un modèle non oscillatoire

Q1 : $K=2$, $\tau_2=0{,}75s$, $\tau_1+\tau_2=1{,}1s$

Q2 : Il n'y a pas de pôle dominant.

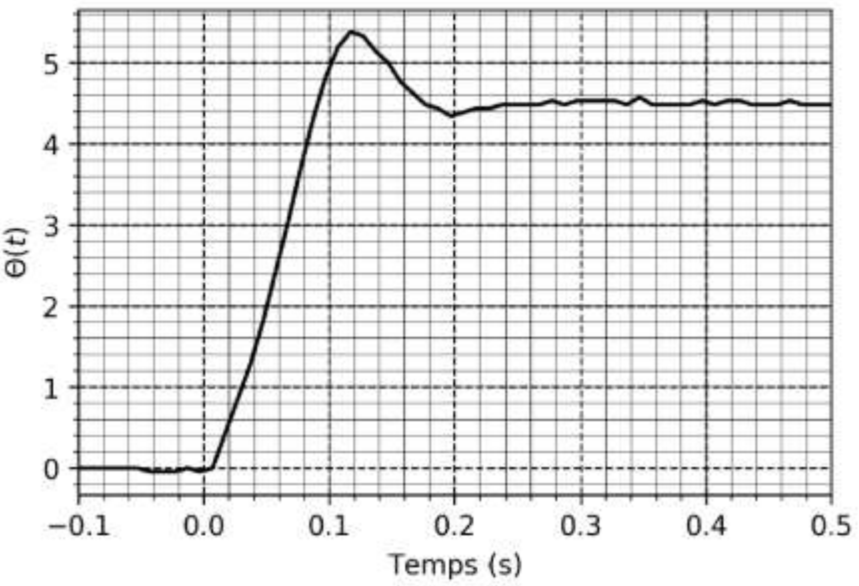
Exercice 3.4 : **IDENTIFICATION D'UN MODÈLE NON OSCILLATOIRE**

En vue d'identifier un système, on le soumet à une entrée en échelon $e(t)$ de 80. La sortie $s(t)$, mesurée expérimentalement, suit alors les variations définies par le graphique suivant :



Question 12 : Donner, à l'aide d'une méthode d'identification, la fonction de transfert $H_2(p)$ du système.

Question 13 : Le système possède-t-il un pôle dominant ?



Exercice 3.3 : IDENTIFICATION D'UN MODÈLE DE COMPORTEMENT

En vue d'identifier un système, on le soumet à une consigne que l'on peut décomposer ainsi :

- un échelon d'amplitude 200 à l'instant t=0,5 s ;
- un deuxième échelon d'amplitude -100 à l'instant t=2 s.

La variation totale du signal d'entré est donc de +100.

La sortie $s(t)$, mesurée expérimentalement, suit les variations définies par le graphique ci-après.

Question 9 : Déterminer, par identification et à partir de la réponse au premier échelon, un modèle de comportement de fonction de transfert $H_1(p)$.

Question 10 : Déterminer, par identification et à partir de la réponse au second échelon, un modèle de comportement de fonction de transfert $H_2(p)$.

Question 11 : Le système étudié vérifie-t-il les hypothèses d'un modèle SLCI.