

*Introduction*

Nous rencontrons souvent des schémas qui permettent de mettre en évidence une structure sur des données.

Par exemple: Ce schéma se suffit à lui même pour qui prend la peine de le lire...

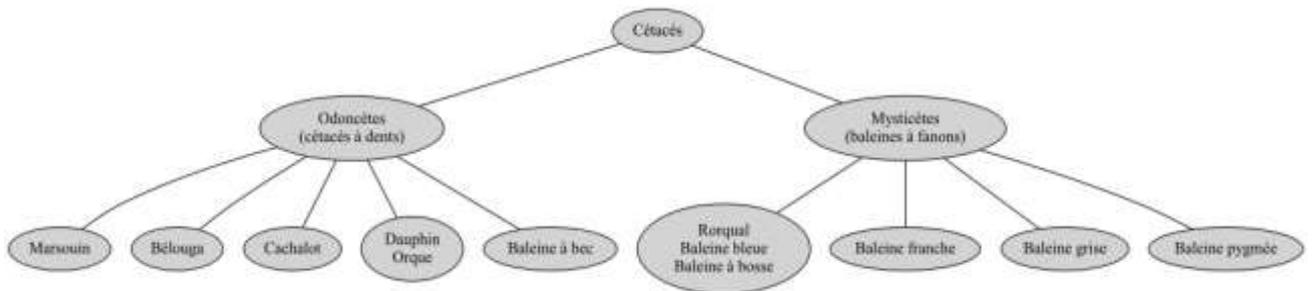


fig1

De même pour le très classique arbre généalogique

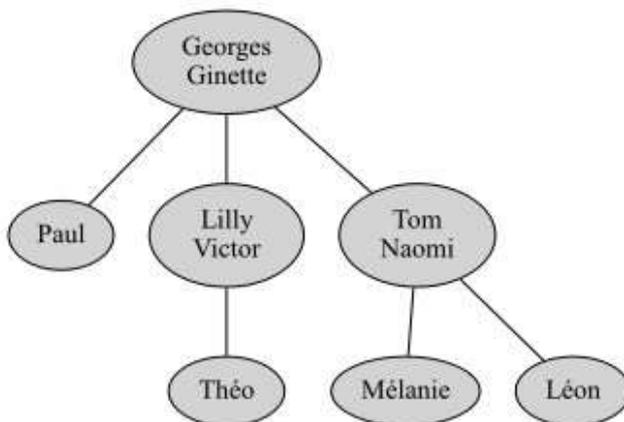


fig2

Voici un arbre syntaxique : Un arbre syntaxique représente l'analyse d'une phrase à partir de règles (la grammaire).

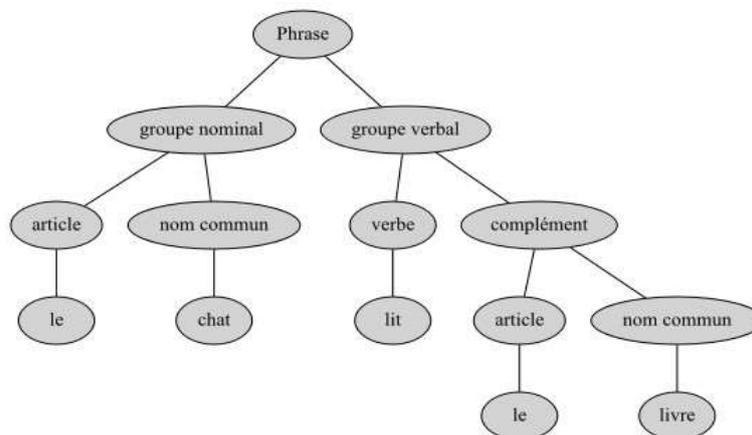
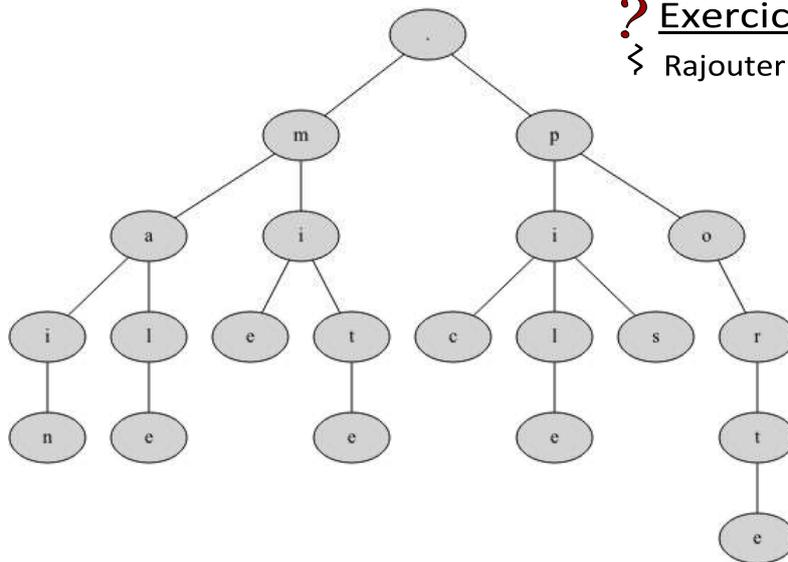


fig3

Arbre lexicographique: Un arbre lexicographique, ou arbre en parties communes, ou dictionnaire, représente un ensemble de mots. Les préfixes communs à plusieurs mots apparaissent une seule fois dans l'arbre.



? **Exercice1 :**

⌘ Rajouter les mots: malle et portail.

fig4

On peut également représenter les expressions arithmétiques par des arbres étiquetés par des opérateurs, des constantes et des variables. La structure de l'arbre rend compte de la priorité des opérateurs et rend inutile tout parenthésage.

Pour l'expression :  $(\frac{y}{2} - t)(75 + z)$  : cela donne

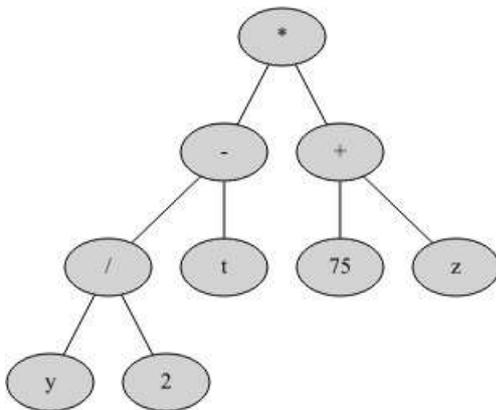


fig5

? **Exercice2 :**

⌘ Représenter l'expression:

⌘  $3 + (\frac{7}{3} - 1)^3$ .

Les arbres sont très utilisés en informatique, d'une part parce que les informations sont souvent hiérarchisées et peuvent se représenter naturellement sous une forme arborescente, et d'autre part, parce que les structures de données arborescentes permettent de stocker des données volumineuses de façon que leur accès soit efficace.

---

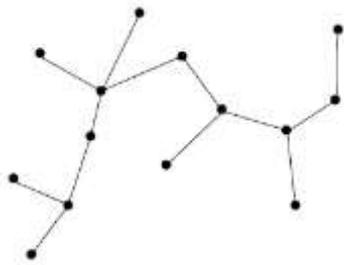
### *Notions générales sur les arbres*

---

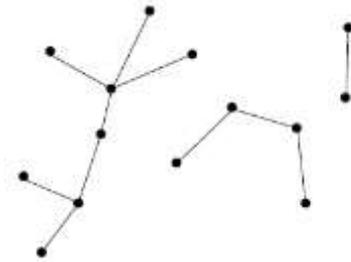
On peut considérer un arbre comme une généralisation d'une liste car les listes peuvent être représentées par des arbres.

Plutôt que de chercher à définir ce qu'est un arbre, nous observerons quelques schémas.

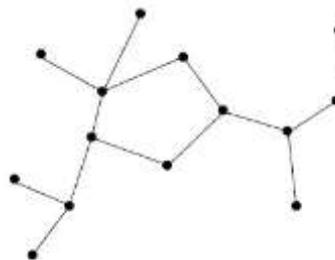
Voici la représentation graphique d'un arbre :



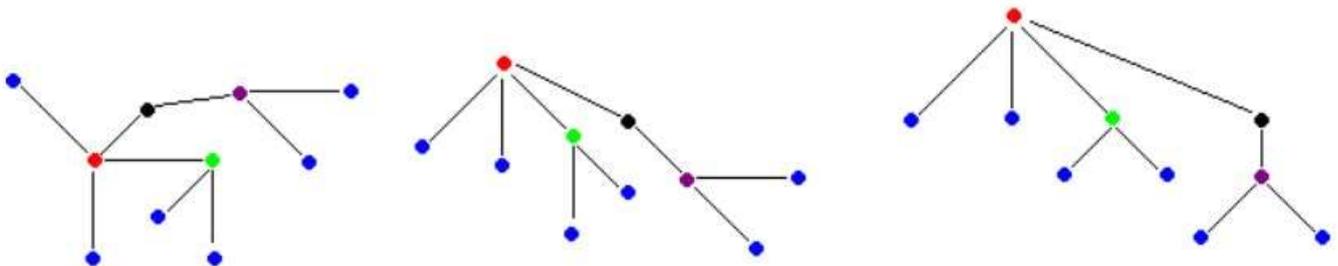
Voici celle d'une forêt.



Attention : Ceci n'est pas un arbre, car il existe un chemin d'un sommet vers lui même (appelé un cycle).



Lorsqu'un sommet se distingue des autres, on le nomme racine de l'arbre et celui-ci devient alors une arborescence (par la suite on utilisera le mot arbre pour une arborescence).



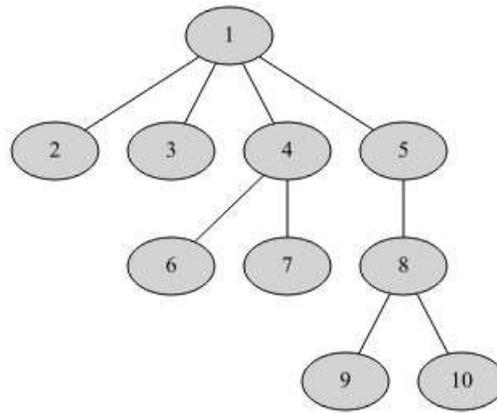
Les 3 arbres ci-dessus représentent la même structure, cependant pour deux d'entre eux, un sommet peut être désigné comme racine.

On a l'habitude, lorsqu'on dessine un arbre, de le représenter avec la tête en bas, c'est-à-dire que la racine est tout en haut, et les nœuds fils sont représentés en-dessous du nœud père.

**💡 Définition :**

**Étiquette:**

Un arbre dont tous les nœuds sont nommés est dit étiqueté. L'étiquette (ou nom du sommet) représente la "valeur" du nœud ou bien l'information associée au nœud. Ci-contre un arbre étiqueté avec les entiers entre 1 et 10.



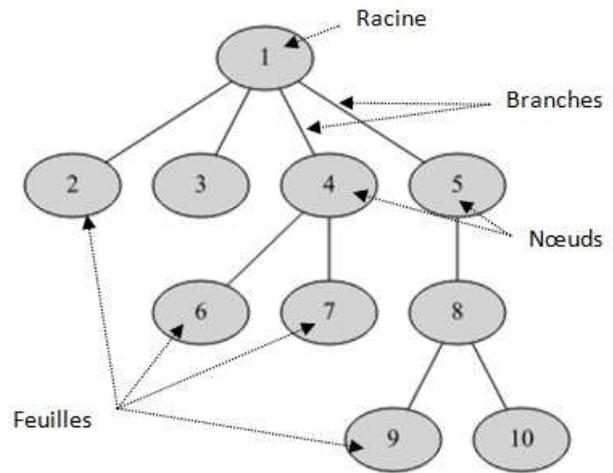
**💡 Définition :**

**Racine, nœud, branche, feuille :**

Un arbre est un ensemble organisé de nœuds dans lequel chaque nœud a un **père**, sauf un nœud que l'on appelle la **racine**.

Si le nœud n'a pas de **fils**, on dit que c'est une **feuille**.

Les nœuds sont reliés par des **branches**.



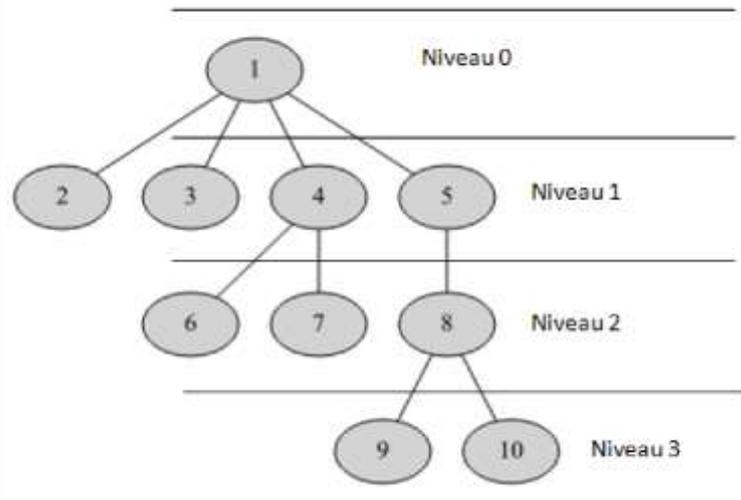
**💡 Définition :**

Hauteur d'un nœud:

la **hauteur**(ou profondeur ou niveau ) d'un nœud X est égale au nombre d'arêtes qu'il faut parcourir à partir de la racine pour aller jusqu'au nœud X.

Par convention, la hauteur (ou profondeur) de la racine est égale à 0 ( Attention: La définition de la hauteur d'un nœud varie en fonction des auteurs. Pour certains la racine a une hauteur de 1.)

Dans l'exemple ci-contre la hauteur du nœud 9 est de 3 et celle du nœud 7 est de 2



**💡 Définition :**

La hauteur (ou profondeur) d'un arbre est égale à la profondeur du nœud le plus profond. Dans notre exemple, le nœud le plus profond est de profondeur 3, donc l'arbre est de profondeur 3

**? Question1:**

Déterminer les profondeurs des arbres de l'introduction :

.....  
.....

**💡 Définition :**

Taille d'un arbre :

La taille d'un arbre est égale au nombre de nœuds de l'arbre.

Dans notre exemple, l'arbre contient 10 nœuds, sa taille est donc de 10.

**? Question2:**

Déterminer les tailles des arbres de l'introduction:

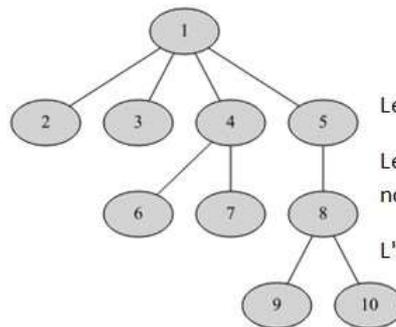
.....  
.....

**💡 Définition :**

**Degré d'un nœud, degré d'un arbre :**

Le degré d'un nœud est égal au nombre de ses descendants (enfants).

Le degré d'un arbre est égal au plus grand des degrés de ses nœuds



Le nœud 4 à 2 fils, il est de degré 2.

Le nœud 1 est de degré 4, c'est le nœud de plus grand degré.

L'arbre est donc de degré 4.

**? Question3:**

Déterminer les degrés des arbres de l'introduction :

.....  
.....

**📌 Remarque :**

Le vocabulaire de lien entre nœuds de niveaux différents et reliés entre eux est emprunté à la généalogie:

Dans notre exemple :

- 8 est le parent de 9 et de 10
- 6 est un enfant de 4
- 6 et 7 sont des nœuds frères
- 5 est un ancêtre de 9
- 10 est un descendant de 5

**📌 Remarque :**

Un arbre dont tous les nœuds n'ont qu'un seul fils est en fait une liste.

